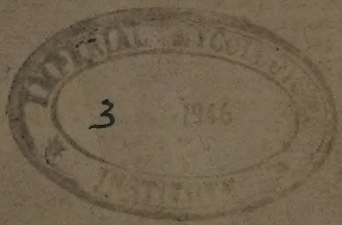
Фундам. библ. Акад. Наук СССР.

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

НОВАЯ СЕРИЯ

1945



ТОМ XLIX

№ 7

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА — ЛЕНИНГРАД

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ

1. В «Докладах АН» помещаются краткие сообщения, содержащие наиболее существенные результаты исследований в области математики, естествознания и техники.

Сообщения эти должны излагать законченные, еще не опубликованные результаты научных исследований, имеющие характер новизны — теоретической, практической или методологической.

Статьи, помещаемые в «Докладах», не исключают последующей публикации тех же материалов в развернутом виде в других изданиях.

В «Докладах» не помещаются крупные статьи, механически разделенные на ряд отдельных сообщений.

В «Докладах» не помещаются статьи полемического характера без новых фактических данных, статьи чисто описательного характера, т. е. излагающие ход работ без сообщения определенного результата.

2. Статьи направляются через действительных членов Академии Наук СССР или непосредственно в редакцию «Докладов».

3. Статьи принимаются к напечатанию Редакционной коллегией только на основании отзыва действительных членов Академии Наук СССР по специальности.

4. Действительные члены Академии Наук СССР при направлении статей в «Доклады» для напечатания должны указывать на статьях дату их получения от авторов, а также раздел, в который статья должна войти.

5. Статьи действительных членов Академии Наук СССР и членов-корреспондентов Академии Наук СССР направляются авторами в редакцию «Докладов» непосредственно.

6. Сообщения о результатах работ, проведенных в учреждениях, должны обязательно иметь направление учреждения.

Настоящий параграф не распространяется на статьи, поступающие от академиков.

7. Каждая статья печатается в двух отдельных изданиях: русском и иностранном (на одном из языков — французском или английском, по желанию автора). Желательно, чтобы автор вместе с русским текстом статьи представил также перевод ее на один из указанных иностранных языков или, в крайнем случае, тщательно проверенную иностранную терминологию. Приложение транскрипции фамилий цитируемых иностранных авторов обязательно.

8. В конце статьи автором должно быть обозначено на русском и иностранном языках название научного учреждения, в котором произведена работа.

9. Авторам статей предлагается присылать свои сообщения в наиболее сжатой форме, совместимой с ясностью изложения. Объем статьи с рисунками не должен превышать четырех печатных страниц.

10. Ввиду срочности издания, как правило, корректуры статей авторам не посылаются.

Примечание. В тех случаях, когда корректура автору посылается, допускается лишь исправление ошибок типографии.

Корректура должна возвращаться в Редакцию не позже следующего дня. Неполучение от автора корректуры не приостанавливает печатания статьи.

11. Автор получает бесплатно 25 отдельных оттисков своей статьи из русского издания и 25 отдельных оттисков из иностранного издания. Отдельные оттиски высылаются автору только при указании им своего полного адреса в конце присланной в редакцию статьи.

12. Статьи должны быть напечатаны на машинке с двумя интервалами и представлены в двух вполне отчетливых экземплярах без помарок и вставок, на одной стороне листа. Сокращения слов, кроме стандартных, не допускаются.

13. Оба экземпляра должны быть автором тщательно просмотрены, сверены с рукописью и должным образом подготовлены к печати. Статьи должны быть оформлены в отношении расположения материала (заголовки, таблицы, цитируемая литература и т. д.) точно так, как это принято в «Докладах».

14. Все формулы должны быть вписаны четко и ясно. Особенное внимание следует обращать на аккуратное изображение индексов и показателей степени.

15. Во избежание недоразумений и ошибок следует делать также ясное различие между заглавными и строчными буквами, для чего подчеркивать заглавные буквы снизу двумя черточ-

1 декабря

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

акад. Д. С. Белянкин, акад. С. И. Вавилов (отв. редактор), акад. А. Н. Колмогоров (зам. отв. редактора), акад. Л. А. Орбели (зам. отв. редактора), акад. А. А. Рихтер, акад. С. Л. Соболев, акад. А. Н. Фрумкин, акад. В. Г. Хлопин

НОВАЯ СЕРИЯ

13-й год издания

1945

ТОМ XLIX, № 7

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА Стр.

М. М. Гринблюм. Об одном классе линейных пространств 479
В. А. Ефремович. О неразложимости в топологическое произведение . . 483
М. И. Юдин. Общий случай определения положения точки на плоскости по трем засечкам углов 485

ГИДРОДИНАМИКА

Я. М. Серебрийский. Обтекание симметричного профиля 489

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. Гоголадзе. Общие формулы для отражения и преломления нестационарных упругих волн 492

ФИЗИКА

Л. М. Бреховских. Излучение гравитационных волн электромагнитными 495

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

В. В. Казакевич. О процессе установления колебательных систем с одной степенью свободы 499
Д. Максутов. Апланатические менисковые телеобъективы 504
М. Ф. Широков. Звуковое поле движущихся источников звука 508

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Г. В. Акимов, член-корреспондент АН СССР, **и А. А. Ульянов.** Новый метод ускоренного фосфатирования стальных изделий 512
А. В. Киселев. Работа и теплота адсорбции. 516
А. Пасынский и Т. Касторская. Электрофорез лизоцима по методу Тизелиуса 521

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. В. Соловьев. Влияние заполнителей на температуру размягчения битумных материалов 525

ГЕОЛОГИЯ

И. О. Брод. Об основных структурных элементах и перспективах нефтегазоносности южной окраины Европейской части СССР 527

А. Б. Вистелиус. О выражении результатов фоссилизации колебательных движений земной коры с помощью ряда

$$\sum_{i=0}^{\kappa} e^{a_i x + b_i} \cos(\omega_i x - \varphi_i) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 531$$

Г. И. Теодорович. О доломите в верхнем палеозое Урало-Волжской области 536

МИНЕРАЛОГИЯ

А. М. Кузнецов. Об образовании агатовых оолитов 539

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

П. Агатов. Влияние иода на активность вируса табачной мозаики . . 542

В. Э. Понтович. Влияние света на образование пигмента у *Aspergillus flavus* 545

ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОРФОЛОГИЯ

Б. С. Матвеев. О соотношении между скелетообразующей и железистой функциями кожи рыб в онтогенезе и филогенезе 549

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

А. В. Иванов. *Entoconolax rimsky-korsakovi* nov. sp.— новый моллюск, паразитирующий в голотурии 553

Подп. в печать 7.XII.1945 г. Печ. л. 5 Уч.-издат. л. 5
А22426 Тираж 2400 экз. Цена 4 руб. Заказ № 870

2-я типография Издательства Академии Наук СССР, Москва, Шубинский, 10.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

МАТЕМАТИКА

М. М. ГРИНБЛЮМ

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 7 II 1945)

§ 1. Пусть E — линейное нормированное полное и сепарабельное пространство и последовательность $\{x_i\}$ — базис в нем. Тогда каждый элемент $x \in E$ может быть представлен единственным образом в виде $x = \sum_1^\infty F_i(x)\, x_i$, а всякий линейный функционал F, определенный на E, в виде

$$F(x) = \sum_{i=1}^{\infty} F_i(x)\, F(x_i). \tag{1}$$

Если ряд (1) абсолютно сходится при любом $x \in E$, то будем говорить, что $\{x_i\}$ есть а б с о л ю т н ы й б а з и с.

Пусть A — линейное многообразие числовых последовательностей $a \equiv \{a_i\}$. Если $a' \equiv \{a_i'\}$ и $a'' \equiv \{a_i''\}$, а λ', λ'' — числа то $\lambda' a' + \lambda'' a'' \equiv \{\lambda' a_i' + \lambda'' a_i''\}$.

Всюду в дальнейшем мы будем предполагать, что многообразие A содержит все последовательности вида $\eta_n \equiv \{\underbrace{0, 0, \ldots 0}_{n-1}, 1, 0, 0, \ldots\}$.

Условимся называть η_n единичными последовательностями или единичными элементами.

Обозначим, далее, через B линейное многообразие числовых последовательностей $b \equiv \{b_i\}$, определенное следующим образом: $b \in B$ в том и только в том случае, если ряды $\sum_1^\infty a_i b_i$ сходятся для всех $a \in A$; и через C линейное многообразие последовательностей, определенных так: $c \in C$ в том и только в том случае, если ряды $\sum_1^\infty b_i c_i$ сходятся для всех $b \in B$.

Л е м м а. Если на многообразии A может быть определена норма, превращающая это многообразие в регулярное пространство Банаха $\mathfrak{A}$, в котором единичные элементы η_n образуют базис, то $A \equiv C$.

§ 2. Пусть E — линейное, нормированное полное пространство (пространство Банаха) и A — многообразие числовых последовательностей, на котором может быть определена норма, превращающая A в пространство Банаха $\mathfrak{A}$ со следующими свойствами:

(α) $\mathfrak{A}$ — регулярное пространство. Норму элемента $a \in \mathfrak{A}$ будем означать через $|a|_{\mathfrak{A}} = |\{a_i\}|_{\mathfrak{A}}$.

(β) Элементы $\eta_n \equiv \{\underbrace{0, 0, \ldots, 0}_{n-1}, 1, 0, 0, \ldots\}$ $(n=1, 2, \ldots)$ образуют абсолютный базис в $\mathfrak{A}$ и при этом $0 < \inf\{|\eta_n|_{\mathfrak{A}}\} \leqslant \sup\{|\eta_n|_{\mathfrak{A}}\} < \infty$.

(γ) Если $a' \equiv \{a_i'\}$ и $a'' \equiv \{a_i''\}$ и при этом $0 \leqslant a_i' \leqslant a_i''$ для всех i, то $|a'|_{\mathfrak{A}} \leqslant |a''|_{\mathfrak{A}}$.

(γ′) Если $b' \equiv \{b_i'\}$ и $b'' \equiv \{b_i''\}$ — два элемента пространства $\overline{\mathfrak{A}}$ и $0 \leqslant b_i' \leqslant b_i''$ $(i=1, 2, \ldots)$, то $|b'|_{\overline{\mathfrak{A}}} \leqslant |b''|_{\overline{\mathfrak{A}}}$. Здесь через $|b|_{\overline{\mathfrak{A}}}$ обозначена норма элемента $b \equiv \{b_i\}$ пространства $\overline{\mathfrak{A}}$.

Обозначим через E_A многообразие всех таких последовательностей $\xi \equiv \{x_i\}$ элементов x пространства E, для которых соответствующие последовательности $\{||x_i||\}$ содержатся в A.

Теорема 1. *Если на многообразии E_A определить норму, полагая*

$$\text{норма } \xi = |\{||x_i||\}|_{\mathfrak{A}},$$

то: 1° *E_A превратится в линейное нормированное полное пространство. В дальнейшем мы будем обозначать это пространство символом $E_{\mathfrak{A}}$.* 2° *Если F сепарабельно, то $E_{\mathfrak{A}}$ также сепарабельно.*

Теорема 2. 1° *Каждому линейному функционалу Φ, определенному на $E_{\mathfrak{A}}$, однозначно соответствует последовательность*

$$F_1^{\Phi}, F_2^{\Phi}, \ldots, F_n^{\Phi}, \ldots$$

линейных функционалов, определенных на E, причем последовательность $\{|F_n^{\Phi}|\}$ содержится в $\overline{\mathfrak{A}}$. Имеет место соотношение

$$\Phi(\xi) = F_1^{\Phi}(x_1) + F_2^{\Phi}(x_2) + \cdots + F_n^{\Phi}(x_n) + \cdots$$

Обратно, каждая последовательность линейных функционалов $F_1, F_2, \ldots, F_n, \ldots$, определенных на E, для которой числовая последовательность $\{|F_n|\}$ содержится в $\overline{\mathfrak{A}}$, определяет линейный функционал Φ на $E_{\mathfrak{A}}$ (при этом $F_n = F_n^{\Phi}$).

2° *Норма $|\Phi|_{\overline{(E_{\mathfrak{A}})}}$ функционала Φ определяется по формуле:*

$$|\Phi|_{\overline{(E_{\mathfrak{A}})}} = \sup_{|\{a_n\}|_{\mathfrak{A}} \leqslant 1} \sum_{1}^{\infty} |F_n^{\Phi}| a_n,$$

т. е. форма Φ равна $\sup \sum_{n=1}^{\infty} |F_n^{\Phi}| a_n$ на множестве элементов единичной сферы пространства $\mathfrak{A}$, имеющих неотрицательные координаты.

3° *Существует такая не зависящая от Φ константа Q, что:*

$$|\{|F_n^{\Phi}|\}|_{\overline{\mathfrak{A}}} \leqslant Q |\Phi|_{\overline{(E_{\mathfrak{A}})}}.$$

Теорема 3. *Если $\mathfrak{A}$ — пространство числовых последовательностей, удовлетворяющее условиям (α), (β), (γ) и (γ′), то существует такая константа Q, что:*

$$\sup_{\|\{a_i\}\|_{\mathfrak{A}}\leqslant 1}\left|\sum_{i=1}^{\infty} b_i a_i\right| \leqslant Q \sup_{\|\{a_i\}\|\leqslant 1;\ a_i\geqslant 0\ (i=1,2,\ldots)} \sum_{i=1}^{\infty} b_i a_i$$

для всех последовательностей $\{b_i\}\in\overline{\mathfrak{A}}$, *для которых* $b_i\geqslant 0$ $(i=1, 2, \ldots)$.

Теорема 4. *Если* E *— регулярное пространство, то* $E_{\mathfrak{A}}$ *также регулярное пространство.*

§ 3. Доказанные нами предложения могут быть применены к изучению бесконечной системы линейных функциональных уравнений весьма общего вида с бесконечным числом неизвестных элементов. Именно, задача о существовании решения системы с бесконечным числом неизвестных элементов, рассматриваемая для пространства E, приводится естественным образом к задаче о системе с одним неизвестным элементом для пространства $E_{\mathfrak{A}}$.

Рассмотрим систему уравнений:

$$F_{\alpha 1}(x_1)+F_{\alpha 2}(x_2)+\cdots+F_{\alpha n}(x_n)+\cdots=C_\alpha.$$

В этой системе $F_{\alpha n}$ — линейные функционалы, определенные на E; x_n — неизвестные элементы пространства E; C_α — заданные числа. Индекс α пробегает некоторое множество значений Ω, вообще говоря, несчетное.

Теорема 5. *Если:* 1° E *— регулярное пространство,* 2° *для всякого значения* $\alpha\in\Omega$ *последовательность* $\{|F_{\alpha 1}|, |F_{\alpha 2}|, \ldots, |F_{\alpha n}|, \ldots\}$ *принадлежит пространству* $\overline{\mathfrak{A}}$, *то для того чтобы существовала последовательность* $x_1, x_2, \ldots$ *элементов пространства* E, *удовлетворяющая системе* (2), *для которой последовательность* $\{|\|x_n\||\}$ *есть элемент пространства* $\mathfrak{A}$, *необходимо и достаточно, чтобы существовала такая константа* M, *что:*

$$\left|\sum_{j=1}^{n}\lambda_j C_{\alpha_j}\right|\leqslant M\left\|\left\{\left|\sum_{j=1}^{n}\lambda_j F_{\alpha_j i}\right|\right\}\right\|_{\overline{\mathfrak{A}}}, \tag{2}$$

каковы бы ни были $\alpha_j\in\Omega$ $(j=1, 2, \ldots, n)$, *каковы бы ни были числа* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ *и при любом целом положительном* n.

Если мы возьмем в качестве E пространство $L^{(p)}$ и в качестве $\mathfrak{A}$ пространство $l^{(p)}$ $(p>1)$, то система (2) примет вид:

$$\int_0^1\varphi_1(x)\psi_{\alpha 1}(x)\,dx+\int_0^1\varphi_2(x)\psi_{\alpha 2}(x)\,dx+\cdots+\int_0^1\varphi_n(x)\psi_{\alpha n}(x)dx+\cdots=C_\alpha\ (\alpha\in\Omega).$$

Здесь мы будем иметь при любом $\alpha\in\Omega$:

$$\sum_{i=1}^{\infty}\int_0^1|\psi_{\alpha i}(x)|^q\,dx<\infty;\qquad\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$$

и неизвестные функции должны удовлетворять неравенству

$$\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^1|\varphi_n(x)|^p\,dx<\infty.$$

Условие (3) в этом случае будет иметь следующий вид:

$$\left|\sum_{j=1}^{n}\lambda_j C_\alpha\right| \leqslant M\left[\sum_{i=1}^{\infty}\int_0^1\left|\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\psi_{\alpha_j}(x)\right|^q dx\right]^{1/q}.$$

Легко видеть, что к системе (2) приводится система линейных интегральных уравнений

$$\int_0^1 K_{\alpha 1}(x,s)\,\varphi_1(s)\,ds+\int_0^1 K_{\alpha 2}(x,s)\,\varphi_2(s)\,ds+\cdots+\int_0^1 K_{\alpha n}(x,s)\,\varphi_n(s)ds+\cdots=f_\alpha(x),$$

в которой для любого $\alpha\in\Omega$ и любого $x\in[0,1]$ выполняется неравенство:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\int_0|K_{\alpha n}(x,s)|^q\,ds\leqslant\infty.$$

Необходимое и достаточное условие существования последовательности $\{\varphi_i(x)\}$, удовлетворяющей этой системе и неравенству

$$\sum_{i=1}^{\infty}\int_0^1|\varphi_i(x)|^p\,dx<\infty,\quad \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1,$$

заключается в существовании такой константы M, что

$$\left|\sum_{j=1}^{n}\lambda_j f_{\alpha_j}(x_j)\right|\leqslant M\left[\sum_{i=1}^{\infty}\int_0^1\left|\sum_{j=1}^{n}\lambda_j K_{\alpha_j i}(x_j,s)\right|^q ds\right]^{1/q}$$

при любом целом положительном n, любых $x_1, x_2, \ldots, x_n$ из сегмента $[0, 1]$, любых числах $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ и любых $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ из Ω.

Среднеазиатский государственный университет, Ташкент

Поступило 23 I 1945

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

МАТЕМАТИКА

В. А. ЕФРЕМОВИЧ

О НЕРАЗЛОЖИМОСТИ В ТОПОЛОГИЧЕСКОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 4 I 1945)

Цель настоящей заметки — установить достаточный признак неразложимости в топологическое произведение.

Более восьми лет назад А. Н. Колмогоров сообщил мне весьма простое доказательство неразложимости n-мерной сферы S^n. Доказательство не опубликовано, опирается на свойство сферы S^n, согласно которому она не может быть переведена непрерывной деформацией по себе в точку. Однако при удалении из нее одной точки c остаток уже можно непрерывной деформацией по нему перевести в точку.

Допустим, что $S^n = XY$, причем каждый из множителей содержит более чем по одной точке; тогда любая «координатная параллель» (например Xy_1) упомянутой деформацией остатка $S^n - c$ переводится в точку $c_0 = x_0 y_0$ (здесь предполагается, что $C = ab$ выбрано вне этой параллели ($b \neq y_1$)).

Итак, существует непрерывная деформация параллели, переводящая ее по сфере в точку (x_0, y_0). Проектируя последнюю деформацию на соответствующий множитель «параллельно» другому ($\text{пр}_x xy = x$), получаем непрерывную деформацию первого множителя по себе, переводящую его в точку (x_0) (X гомотопен нулю в X, Y гомотопен нулю в Y).

Подвергая одновременно каждый сомножитель такой деформации ($x \to x_0$, $y \to y_0$), определяем тем самым непрерывную деформацию всего произведения XY по себе в точку $(xy \to x_0 y_0)$, что противоречит упомянутому свойству сферы.

Доказательств неразложимости других многообразий я в литературе не встречал, не говоря уж о каких бы то ни было признаках. Поэтому, может быть, окажется не лишним, при всей элементарности проводимых рассуждений, следующий:

Признак неразложимости. Если полином Пуанкаре $P(R)$ нормального со счетной базой топологического пространства R размерности n неприводим в области целых неотрицательных чисел и старшее число Betti $p_n(R) > 0$, то R неразложимо в топологическое произведение.

Здесь под p_k, $k = 0, 1, \ldots, n$, подразумеваются числа Betti, соответствующие ∇-группам Betti в смысле Александрова [1] по любому простому модулю или по модулю нуль, и $P(R)$ — соответствующий им полином Пуанкаре: $P(R) = \sum_0^n p_k t^k$.

Доказательство *. Пусть признак выполнен и, тем не менее, $R=XY$, где X и Y — общие топологические пространства (2). Легко видеть, что X и Y также имеют счетную базу и нормальны. В силу мультипликативности полинома Пуанкаре (для чисел Betti по целочисленному полю см. (3)) $P(X)P(Y)=P(XY)=P(R)$. По предположению, $P(R)$ неприводим, поэтому один из множителей, например $P(Y)$, равен единице, следовательно, $P(X)=P(R)$ и $p_n(X)=p_n(R)>0$, отсюда $\dim X \geqslant n$, поэтому $\dim Y=0$, иначе (4) было бы $\dim(XY)>n$ вопреки предположению. Так как $\dim Y=0$, то $p_k(Y)=0$ при $k\geqslant 1$ и $P(Y)=p_0(Y)$. Таким образом, $p_0(Y)=1$ и, следовательно, Y состоит из одной точки, т. е. R допускает лишь тривиальное разложение.

Применяя признак к ориентируемому многообразию (или псевдомногообразию), заключаем, что неразложимость здесь обеспечивается неприводимостью полинома Пуанкаре, а для неориентируемых многообразий (и псевдомногообразий) — неприводимостью полинома Пуанкаре по модулю 2.

В частности, отсюда следует неразложимость всех замкнутых поверхностей, кроме тора и поверхности Клейна; в неразложимости последней можно убедиться иным путем, тор же является топологическим произведением двух окружностей.

Поступило
1 I 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] П. С. Александров, Учен. зап. Моск. ун-та, **45**, 40 (1940). [2] P. Alexandroff u. H. Hopf, Topologie, 1935, S. 25. [3] C. E. Clark, Bull. Am. Math. Soc., **43**, 307 (1943). [4] W. Hurewicz, Ann. of Math., **36**, 194 (1935).

* Доказательство приводится в измененном, согласно замечанию П. С. Александрова и Л. С. Понтрягина, виде, благодаря чему и сам признак получил более общую формулировку.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

МАТЕМАТИКА

М. И. ЮДИН

ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ТОЧКИ НА ПЛОСКОСТИ ПО ТРЕМ ЗАСЕЧКАМ УГЛОВ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 17 II 1945)

В моей статье (1) решена аналитически задача о нахождении с наименьшей средней квадратической ошибкой положения точки по трем засечкам углов. Там же дано выражение для минимума этой ошибки через средние квадраты σ_j^2 угловых ошибок отдельных измерений δ_j. Ошибки δ_j рассматривались при этом как малые случайные независимые величины, подчиняющиеся нормальному закону распределения. Однако в ряде практически важных случаев ошибки δ_j не могут рассматриваться как независимые, так как все они содержат один и тот же источник ошибок. Такими источниками являются, например, аэродинамический снос и ошибка установки прицела при определении ветра по трем углам сноса, ошибка определения звукового ветра при звукопеленгации и множество других. Оказывается, что наличие такого рода ошибок, систематических для отдельной серии измерений, существенно изменяет правила определения положения точки с наименьшей ошибкой. Дадим решение задачи для этого общего случая.

Пусть истинные азимуты направлений на точку O из пунктов P_1, P_2, P_3 равны $\alpha_1 - \delta_1$, $\alpha_2 - \delta_2$, $\alpha_3 - \delta_3$ соответственно. Образующийся вследствие ошибок измерений «треугольник невязок» обозначим ABC.

Расположим теперь начало координат вне нашей плоскости и обозначим радиусы-векторы точек O, A, B, C через $\vec{r}_0$, $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, $\vec{r}_3$ соответственно, а векторы $\vec{AO}$, $\vec{BO}$, $\vec{CO}$ через $\vec{l}_1$, $\vec{l}_2$, $\vec{l}_3$. Тогда, как известно, радиус-вектор $\vec{r}$ произвольной точки N, лежащей в плоскости ABC, имеет единственное представление в форме

$$\vec{r} = \lambda_1 \sin\beta_1 \vec{r}_1 + \lambda_2 \sin\beta_2 \vec{r}_2 + \lambda_3 \sin\beta_3 \vec{r}_3, \qquad (1)$$

причем

$$\beta_1 = \alpha_2 - \alpha_3, \quad \beta_2 = \alpha_3 - \alpha_1, \quad \beta_3 = \alpha_1 - \alpha_2.$$

Коэффициенты λ_j выражаются через радиус R круга, описанного вокруг треугольника ABC, площадь треугольника F и взятое с надлежащим знаком расстояние d_j до соответствующей стороны треугольника простой формулой

$$\lambda_j = \frac{R}{F} d_j, \qquad (2)$$

при этом λ_j связаны соотношением

$$\lambda_1 \sin\beta_1 + \lambda_2 \sin\beta_2 + \lambda_3 \sin\beta_3 = 1. \qquad (3)$$

Вычитая из левой и правой части равенства (1) вектор $\vec{r}_0$, имеем

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \lambda_1 \sin\beta_1 (\vec{r}_1 - \vec{r}_0) + \lambda_2 \sin\beta_2 (\vec{r}_2 - \vec{r}_0) + \lambda_3 \sin\beta_3 (\vec{r}_3 - \vec{r}_0).$$

Выражая $\vec{r} - \vec{r}_0$ через угловые ошибки измерений δ и сохраняя лишь первые степени малых величин δ_j, получаем

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \lambda_1 \left(l_3\delta_3 \frac{\vec{l}_2}{l_2} - l_2\delta_2 \frac{\vec{l}_3}{l_3} \right) + \lambda_2 \left(l_1\delta_1 \frac{\vec{l}_3}{l_3} - l_3\delta_3 \frac{\vec{l}_1}{l_1} \right) + \\ + \lambda_3 \left(l_2\delta_2 \frac{\vec{l}_1}{l_1} - l_1\delta_1 \frac{\vec{l}_2}{l_2} \right). \qquad (4)$$

Нашей задачей является отыскание такой точки N_0, для которой математическое ожидание квадрата расстояния от истинной точки O минимально:

$$E(\vec{r} - \vec{r}_0)^2 = \min.$$

При этом математическое ожидание квадратов и произведений угловых ошибок должно считаться известным

$$E\delta_i\delta_j = B_{ij}, \qquad (5)$$

причем, вследствие наличия систематических ошибок, мы уже не имеем права считать

$$B_{ij} = 0 \text{ при } i \neq j.$$

Для разыскания λ_1, λ_2, λ_3, обращающих в минимум квадрат расстояния $\overline{NO}$ и удовлетворяющих условию (3), достаточно приравнять нулю производные по λ_j от выражения

$$E(\vec{r} - \vec{r}_0)^2 + 2\mu (1 - \lambda_1 \sin\beta_1 - \lambda_2 \sin\beta_2 - \lambda_3 \sin\beta_3).$$

Применение теоремы об однородной функции сразу раскрывает смысл множителя μ, который оказывается равным среднему квадрату расстояния $\overline{N_0O}$. Дальнейшие промежуточные выкладки, образование среднего квадрата вектора $\vec{r} - \vec{r}_0$, его дифференцирование и решение системы линейных уравнений опускаются. Существенно, что прямое вычисление определителя системы D не является необходимым. Действительно, решение системы уравнений получает вид

$$\lambda_k = \frac{\mu l_k}{D} \sum_{ij} B_{ij} l_i l_j \sin\beta_i \sin\beta_j \sum_h B_{hk} l_h \sin\beta_h$$

(i, j, h, k принимают значения 1, 2, 3).

Вставляя полученные значения в (3), находим

$$\frac{\mu}{D} \left(\sum_{ij} B_{ij} l_i l_j \sin\beta_i \sin\beta_j \right)^2 = 1.$$

Отсюда следует окончательно

$$\lambda_k = \frac{l_k \sum_h B_{hk} l_h \sin\beta_h}{\sum_{ij} B_{ij} l_i l_j \sin\beta_i \sin\beta_j}, \qquad (6)$$

после чего любое из уравнений, связывающих λ_k и μ, дает возможность найти значение μ.

$$\eta_l = \frac{{}^1/_2 \sum_{ij} (l_i^2 B_{ii} l_j^2 B_{jj} - l_i^2 l_j^2 B_{ij}^2) + \sum_i 2 l_i^2 l_j l_k \cos\beta_i (B_{ij} B_{ik} - B_{ii} B_{jk})}{\sum_{ij} B_{ij} l_i l_j \sin\beta_i \sin\beta_j}, \qquad (7)$$

при этом во второй сумме числителя индексы i, j, k не равны между собой.

Формулы (2) и (6) полностью определяют положение наивероятнейшей точки N_0, а формула (7) может служить для характеристики достигаемой при этом точности. Входящие в формулы значения B_{ij} должны быть определены предварительно путем теоретического и экспериментального изучения ошибок данного метода измерений. Попытка оценить величины B_{ij}, исходя из размеров «треугольника невязок» ABC, может, очевидно, иметь успех только в исключительных случаях, когда треугольник имеет практически недопустимую для данного метода измерения величину, что указывает на наличие грубой ошибки. Малые же размеры треугольника никак не доказывают высокой точности измерений, как довольно часто предполагается. При решении каждой конкретной задачи, разумеется, не будет возможности вычислять координаты точки N_0 и должны быть разработаны заранее приближенные правила, основанные на свойствах формул (6) и (7). Иллюстрируем эти свойства на простейшем примере.

Пусть

$$B_{ij} = \begin{cases} \sigma^2 + \Delta^2 & \text{при } i = j, \\ \Delta^2 & \text{при } i \neq j \end{cases}$$

(Δ^2 — средний квадрат систематической ошибки измерений),

$$l_1 = l_2 = l_3 = l.$$

Рассмотрим теперь два возможных случая, приводящих к равностороннему треугольнику ABC:

I. $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 + 2\pi = 2\pi/3$,

II. $\beta_1 = \beta_3 = \pi/3$; $\beta_2 = -2\pi/3$.

Тогда из формул (2) и (6) получаем:

Для случая I

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{3\sqrt{3}}{4} R \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma^2 + 3\Delta^2)}{\frac{9}{4}(\sigma^2 + 3\Delta^2)} = \frac{R}{2},$$

т. е. какова бы ни была систематическая ошибка, вероятнейшей точкой N_0 является центр треугольника.

Для случая II

$$\lambda_1 = \lambda_3 = \frac{3\sqrt{4}}{4} R \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma^2 + \Delta^2)}{\frac{3}{4}(3\sigma^2 + \Delta^2)} \frac{3R}{2} \frac{\sigma^2 + \Delta^2}{3\sigma^2 + \Delta^2},$$

$$\lambda_2 = \frac{3R}{2} \frac{\sigma^2 - \Delta^2}{3\sigma^2 + \Delta^2},$$

и уже для $\Delta=\sigma$ $\lambda_2=0$, а при $\Delta>\sigma$ $\lambda_2<0$, т. е. вероятнейшая точка лежит вне треугольника невязок.

Мы видим, что в последнем случае весьма важно с достаточной точностью определять соотношение систематических и случайных ошибок метода измерения.

Приведем еще табличку значений величин $\frac{E(\vec{r}-\vec{r}_0)^2}{l^2(\sigma^2-\Delta^2)}$ в зависимости от двух параметров. θ — то значение Δ/σ, которое принято за основу при построении правила для определения точки N_0, t — истинное значение Δ/σ.

Таблица значений величины $\frac{E(\vec{r}-\vec{r}^0)^2}{l^2(\sigma^2+\Delta^2)}$.

θ \ t	0	1/2	1	2	∞
0	1,33	1,42	1,56	1,69	1,78
1/2	1,34	1,40	1,50	1,59	1,65
1	1,67	1,53	1,33	1,13	1,00
2	3,07	2,54	1,73	0,92	0,39
∞	6,67	5,33	3,33	1,33	0,00

Составление аналогичных таблиц весьма способствует выбору правил, дающих достаточную точность определения точки и одновременно удобных для практики. В заключение отмечу, что, насколько мне известно, вопрос об аналитическом построении правил, учитывающих своеобразие систематических ошибок, поднимается в литературе впервые. Поэтому весьма вероятно, что изложенный здесь подход к решению такого рода задач может найти широкое применение в теории ошибок.

Главная геофизическая обсерватория

Поступило 17 II 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. И. Юдин, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., VIII, № 2—3, 96 (1944).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ГИДРОДИНАМИКА

Я. М. СЕРЕБРИЙСКИЙ

ОБТЕКАНИЕ СИММЕТРИЧНОГО ПРОФИЛЯ

(Представлено академиком С. А. Христиановичем 7 II 1945)

В работе рассматривается задача об обтекании тонкого плавного симметричного профиля, установленного при нулевом угле атаки, плоско-параллельным потоком идеальной, несжимаемой жидкости.

Предположим, что профиль задан в прямоугольной декартовой системе координат (x, y). Совершим в плоскости профиля переход к эллиптическим координатам (ψ, θ), имея в виду, что

$$x = \operatorname{ch}\psi \cos\theta, \quad y = \operatorname{sh}\psi \sin\theta. \tag{1}$$

Потенциал скорости Φ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\psi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} = 0. \tag{2}$$

Обозначим через Φ_1 потенциал возмущенного движения. В случае симметричного обтекания уравнение (2) будет удовлетворяться, если принять $\Phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-n\psi)\cos n\theta$. Для получения Φ нужно прибавить к Φ_1 потенциал равномерного потока. Используя уравнения Коши — Римана, можно ввести функцию тока Ψ. На поверхности тела $\Psi = 0$ и, следовательно, на поверхности должно выполняться следующее соотношение:

$$\Psi = -\sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-n\psi)\sin n\theta + y = 0. \tag{3}$$

Обозначим проекции скорости на направление линий $\psi = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$ соответственно через v_ψ и v_θ, причем

$$v_\psi = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\psi - \cos^2\theta}}\left[-\sum_{n=1}^{\infty} nA_n \exp(-n\psi)\cos n\theta + \operatorname{sh}\psi\cos\theta\right], \tag{4}$$

$$v_\theta = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\psi - \cos^2\theta}}\left[-\sum_{n=1}^{\infty} nA_n \exp(-n\psi)\sin n\theta - \operatorname{ch}\psi\sin\theta\right].$$

Абсолютная величина скорости $v = \sqrt{v_\psi^2 + v_\theta^2}$.

В случае тонкого профиля значения ψ на поверхности профиля очень невелики. Естественно воспользоваться этой особенностью тонких профилей. Представим $\exp(-n\psi)$ в виде ряда

$$\exp(-n\psi)=1-n\psi+\frac{n^2\psi^2}{2}-\cdots=1+\delta_n. \tag{5}$$

Подставим $\exp(-n\psi)=1+\delta_n$ в (3) и примем, что в первом приближении величиной δ_n можно пренебречь. Получаем, что

$$y=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin n\theta. \tag{6}$$

Решение задачи сводится к разложению y в тригонометрический ряд по θ. Подставим разложение $\exp(-n\psi)$ также и в формулу для определения скорости, пренебрегая, в первом приближении, величиной δ_n. Легко показать, что в таком случае на поверхности профиля проекция скорости $v_\psi=0$, т. е. обращается в нуль составляющая скорости на направление нормали к эллипсу, проведенному через рассматриваемую точку. На первый взгляд кажется, что вблизи носика профиля, при больших dy/dx, такое приближение может давать большие ошибки. Однако, располагая фокус эллипса по середине радиуса кривизны носика, мы добиваемся того, что на малом участке профиль совпадает с эллипсом и далее плавно от него отходит. В итоге получается, что введение координат ψ, θ устраняет погрешности вблизи носика. Воспользовавшись разложением (6), подсчитываем далее скорость $v\simeq v_0$ по формуле:

$$v=\frac{\operatorname{ch}\psi\sin\theta+\sum_{n=1}^{\infty}nA_n\sin n\theta}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\psi-\cos^2\theta}}. \tag{7}$$

Совершенно аналогичные упрощения можно внести в расчет распределения скоростей при продольном обтекании тела вращения ([1]). Действительно, в этом случае

$$v=\frac{\operatorname{ch}\psi\sin\theta+\sum_{n=1}^{\infty}B_nQ_n(\lambda)\frac{dP_n}{d\mu}}{\sqrt{\operatorname{ch}^2\psi-\cos^2\theta}}\qquad\left(\psi^2=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2B_n}{n(n+1)}\frac{dP_n}{d\mu}\right) \tag{8}$$

(где $\lambda=\operatorname{ch}\psi$, $\mu=\cos\theta$, P_n — функции Лежандра 1-го рода, Q_n — присоединенные функции Лежандра).

Расчеты показали, что для обычных авиационных профилей первое приближение дает вполне удовлетворительную точность. В случае необходимости, поправка на второе приближение может быть легко введена.

На поверхности тонкого профиля $\operatorname{ch}\psi=1+\psi^2/2+\cdots$ очень близок к единице. Но вблизи носика и хвостика $\cos\theta$ также близок к единице, а поэтому, принимая в формуле (7) $\operatorname{ch}\psi=1$, мы получим большие ошибки при вычислении скорости в непосредственной близости от носика и хвостика, причем чем тоньше профиль, тем эти ошибки будут меньше. Полагая $\operatorname{ch}\psi=1$, мы получим соотношение

$$v=1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{nA_n\sin n\theta}{\sin\theta}, \tag{9}$$

которое очень просто связывает профиль $\left(y = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta\right)$ с распределением скоростей и наоборот — распределение скоростей с профилем. В формуле (9) выделилась скорость набегающего потока (единица) и добавочные скорости (возмущения), вызванные присутствием тела. Формула (9) очень полезна для приближенной оценки формы профиля по заданному распределению скоростей.

Посмотрим, например, у какого тела получается наиболее равномерное распределение скоростей по хорде. По формуле (9) получается, что для эллиптического цилиндра ($y = A_1 \sin\theta$) получается $v = 1 + A_1$, т. е. скорость постоянна. Эллиптический цилиндр является телом, дающим, при заданной относительной толщине, наименьшее возмущение скорости. Основное искажение, вносимое формулой (9), состоит в том, что в передней критической точке вместо нулевой скорости получается конечная, отличная от нуля скорость.

Поступило
7 II 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Я. М. Серебрийский, ДАН, XLI, № 4 (1943).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. ГОГОЛАДЗЕ

ОБЩИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УПРУГИХ ВОЛН

(Представлено академиком Н. Н. Лузиным 4 XII 1944)

На основании исследования задачи отражения и преломления волн (1) упругие возмущения можно рассматривать как совокупность продольных и поперечных волн, отражающихся и преломляющихся под вещественными и комплексными углами на плоскости раздела упругих сред, следовательно, как совокупность однородных и неоднородных плоских волн. В случае, если выполняется условие $R(b_2)>0$ $(b_2<b_1)$ (1) или $R(b_1)>0$ $(b_1<b_2)$, к ним присоединяется граничная волна Релея, распространяющаяся медленнее всех волн. Для полупространства общие формулы отражения получены С. Л. Соболевым (2).

Все полученные нами результаты можно объединить в общих формулах отражения и преломления упругих волн:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_1 &= \operatorname{Re}\left\{+R(p,\alpha)f_1(pt+\alpha x+y\sqrt{(p/a_1)^2-\alpha^2})+\right.\\
&\left.+\sum_{j=1}^{4} l_j(p,\alpha)f_j(pt+\alpha x-y\sqrt{(p/a_1)^2-\alpha^2})\right\},\\
\psi_1 &= \operatorname{Re}\left\{+R(p,\alpha)f_2(pt+\alpha x+y\sqrt{(p/b_1)^2-\alpha^2})\right\}+\\
&+\sum_{j=1}^{4} m_j(p,\alpha)f_j(pt+\alpha x-y\sqrt{(p/b_1)^2-\alpha^2})\Big\},
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_2 &= \operatorname{Re}\left\{R(p,\alpha)f_3(pt+\alpha x-y\sqrt{(p/a_2)^2-\alpha^2})+\right.\\
&\left.+\sum_{j=1}^{4} n_j(p,\alpha)f_j(pt+\alpha x+y\sqrt{(p/a_2)^2-\alpha^2})\right\},\\
\psi_2 &= \operatorname{Re}\left\{R(p,\alpha)f_4(pt+\alpha x-y\sqrt{(p/b_2)^2-\alpha^2})+\right.\\
&\left.+\sum_{j=1}^{4} p_j(p,\alpha)f_j(pt+\alpha x+y\sqrt{(p/b_2)^2-\alpha^2})\right\},
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где l_j, m_j, n_j и p_j — коэффициенты, получаемые при решении граничных уравнений, удовлетворяющихся на плоскости раздела

упругих сред [3], f_j — функции, регулярные в верхней комплексной полуплоскости, $R(p, \alpha)$ — функция Релея.

В этих формулах содержатся всевозможные колебания, возникающие при отражении и преломлении плоских волн. Действительно, предположим, например, что скорости продольных и поперечных волн удовлетворяют неравенству.

$$b_2 < a_2 < b_1 < a_1.$$

1. Пусть $|c| = |p/\alpha| > a_1$. Тогда в формулах (1) и (2) f_j выражают однородные (вещественные) отраженные и преломленные плоские волны.

2. Если $b_1 < |c| < a_1$, то функция f_1 имеет аргументом выражение $pt + \alpha x \pm iy\sqrt{\alpha^2 - (p/a_1)^2}$. Поэтому, в силу предположений, сделанных относительно f_j, f_1 должна быть ограниченной на всей плоскости комплексного переменного, и по теореме Лиувилля она сведется к постоянной величине. Поэтому в формулах (1) и (2) этой функцией можно пренебречь. Легко показать, что формулы (1) и (2) без учета функции f_1 удовлетворяют граничным условиям задачи.

Потенциалы φ_2, ψ_2 и ψ_1 представляют однородные плоские волны, что же касается потенциала φ_1, то он представляет плоскую неоднородную (комплексную) волну. Фазовая скорость неоднородной волны вдоль оси oy представляет мнимую величину; таким образом, возмущение убывает по мере углубления в $y > 0$, хотя рассматриваемая среда при этом не поглощает энергии.

3. В интервале $a_2 < |c| < b_1$ функция f_2 имеет аргумент $pt + \alpha x \pm iy\sqrt{\alpha^2 - (p/b_1)^2}$. Поэтому f_2 можно считать постоянной и исключить из формул (1) и (2).

4. В интервале $b_2 < |c| < a_2$ f_3 имеет аргумент $pt + \alpha x \pm iy\sqrt{\alpha^2 - (p/a_2)^2}$ при этом придется считать f_1, f_2 и f_3 постоянными.

5. Пусть, наконец, $0 < |c| < b_2$. Если $R(b_2) > 0$, то при $c = \pm\varepsilon$ [4] коэффициент при первом слагаемом в формулах (1) и (2) равен нулю: $R(\pm\varepsilon) = 0$.

В силу уравнения Релея между коэффициентами при функциях f_j имеются соотношения; таким образом, в выражение потенциалов входит линейная комбинация f_j. Без ограничения общности можно положить $f_2 = f_3 = f_4 = 0$. При этом получаются формулы, выражающие граничную волну Релея.

Изучим теперь энергетическую природу неоднородных волн. Если отраженные и преломленные волны однородны, то потоки энергии этих волн имеют постоянное направление, совпадающее с нормалями фронтов плоских волн, являющихся лучами, вдоль которых распространяется энергия. Для изучения движения энергии неоднородных волн вместо понятия луча вводим понятие линии потока энергии упругих волн. Допустим, например, что в среде $y < 0$ в результате преломления возникает неоднородная продольная волна и однородная поперечная волна.

Фронт продольной неоднородной волны определяется уравнением $pt + \alpha x + iy\sqrt{\alpha^2 - (p/a_2)^2} = 0$ или

$$pt + \alpha x = 0, \quad y = 0. \tag{3}$$

Волновое поле продольного возмущения в $y < 0$ определяется формулой:

$$\varphi_2 = \operatorname{Re} A(p, \alpha) f\left(pt + \alpha x - iy\sqrt{\alpha^2 - (p/a_2)^2}\right), \tag{4}$$

где функция f регулярна в верхней комплексной полуплоскости и $A(p, \alpha)$ — комплексное число,

Элементарный поток энергии $\vec{S}(S_x, S_y)$ определяется формулой [5]

$$S_x = -\mu_2 \left[\frac{\partial u}{\partial t}\tau_{xx} + \frac{\partial v}{\partial t}\tau_{xy}\right],$$
$$S_y = -\mu_2 \left[\frac{\partial u}{\partial t}\tau_{xy} + \frac{\partial v}{\partial t}\tau_{yy}\right]. \qquad (5)$$

Введем обозначение

$$A(p, \alpha) f''(pt + \alpha x - iy\sqrt{\alpha^2 - (p/a_2)^2}) = \omega_1 + i\omega_2. \qquad (6)$$

Подставляя (4) и (5) и выделяя в (5) вещественные части, получим, после несложных выкладок, следующий результат:

$$S_x = -\frac{\mu_2 a}{b_2^2}[\omega_1^2 + 2b_2^2(\alpha^2 - (p/a_2)^2)(\omega_2^2 + \omega_2^2)], \qquad (7)$$

где

$$\alpha^2 - (p/a_2)^2 > 0, \qquad (8)$$

$$S_y = -\frac{\mu_2}{b_2^2}\sqrt{\alpha^2 - (p/a_2)^2}\,\omega_1\omega_2. \qquad (9)$$

Из этих формул вытекает важное свойство потока неоднородных волн. Согласно (7) и (9) горизонтальная компонента потока энергии S_x имеет постоянное направление. Вертикальная компонента потока энергии S_y может менять знак с течением времени и в разных местах.

Сейсмологический институт
Академии Наук СССР

Поступило
4 XII 1944

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Гоголадзе, ДАН, XLIX, № 5 (1945). [2] С. Л. Соболев, Тр. Сейсмологич. ин-та АН СССР, № 18 (1932). [3] В. Гоголадзе, Диссертация, МГУ (1944). [4] В. Гоголадзе, ДАН, XLIX, № 6 (1945). [5] А. Е. Ляв, Математическая теория упругости.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ФИЗИКА

Л. М. БРЕХОВСКИХ

ИЗЛУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 20 II 1945*)

1. Введение. Как известно, эффект Черенкова в электродинамике заключается в том, что равномерно движущийся в какой-либо среде электрон излучает электромагнитные волны, если скорость его движения превышает фазовую скорость распространения волн в данной среде. Таким же образом снаряд, движущийся со скоростью большей, чем скорость звука, излучает звуковые волны.

Такого же рода эффект нужно ожидать в общей теории относительности. В мире с кривизной, отличной от нуля (неевклидов мир), скорость распространения гравитационных волн в общем случае отлична от скорости распространения электромагнитных (э. м.) волн. Можно думать, что когда фотон движется со скоростью большей, чем скорость гравитационных волн, он начинает излучать последние, теряя на это часть своей энергии.

Однако этим случаем излучение гравитационных волн электромагнитными не ограничивается. Оно имеет место и в плоском мире, когда скорости распространения волн обоих видов равны.

В 1937 г. Розен [1] показал, что совокупная система гравитационных и э. м. уравнений не имеет решения в виде плоских волн. Если бы такое решение осуществилось, скажем, для э. м. волн, то оно дало бы начало бесконечно возрастающим решениям гравитационных уравнений, т. е. дало бы бесконечно большое возмущение в метрике мира.

Таким образом, плоские э. м. волны существовать не могут. Однако, так как плоская волна всегда есть просто идеализация, то это означает только, что в общей теории относительности такая идеализация не проходит. Становится актуальным вопрос о том, каково будет гравитационное излучение сферической волны — ибо последняя существует реально. Этот вопрос и разрешается в настоящей работе, причем автоматически решается и вопрос об эффекте, аналогичном эффекту Черенкова для такой волны.

2. Электромагнитная волна. Рассмотрим решение уравнений э. м. поля, соответствующее излучению переменного диполя, пока без всякого отношения к гравитации.

Уравнения Максвелла в криволинейных координатах записываются

$$F^{ik}_{;k} = 0, \qquad \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_l} + \frac{\partial F_{il}}{\partial x_k} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x_i} = 0, \qquad (1)$$

где F_{ik} — тензор э. м. поля.

Для поля осциллятора в волновой зоне F_{13}, F_{23}, F_{43} соответствуют $H_\vartheta, H_r, E_\varphi$ и равны нулю. Далее, $F_{21} = rH_\varphi$, $F_{24} = -irE_\vartheta$, $F_{14} = -iE_r$,

на 2 порядка малости меньше, чем F_{21} и F_{24}, если считать малой величину $1/r$, и эту компоненту можно откинуть.

Ограничимся вначале случаем цилиндрического мира Эйнштейна, метрика которого в сферических координатах r, ϑ, φ будет

$$-ds^2=\frac{dr^2}{1-\eta^2}+r^2(d\vartheta^2+\sin^2\vartheta\,d\varphi^2)+dx^2{}_4, \tag{2}$$

где $x_4=ict$, $\eta=r/a$.

При радиусе мира $a\to\infty$ (2) переходит в метрику евклидового мира. Расшифровывая уравнения поля (1) для пространства с метрикой (2), получим

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial x_4}+\frac{\partial F_{41}}{\partial r}=0,\quad \frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{1-\eta^2}\,F_{12}\right)=\frac{1}{\sqrt{1-\eta^2}}\frac{\partial F_{24}}{\partial x_4}, \tag{3}$$

откуда для F_{24} имеем уравнение второго порядка

$$(1-\eta^2)\frac{\partial^2F_{24}}{\partial r^2}-\frac{r}{a^2}\frac{\partial F_{24}}{\partial r}+\frac{\partial^2F_{24}}{\partial x_4{}^2}=0. \tag{4}$$

Решение последнего имеет вид

$$F_{24}=F\sin\vartheta e^{k\,(x_4-iaz)}, \tag{5}$$

где $k=\omega/c$, $z=\arcsin(r/a)$, F — произвольная постоянная. Заметим, что в решении (5) перед экспонентой должно было бы стоять не $F\sin\vartheta$, а некоторая постоянная, не зависящая от r и x_4 и зависящая от ϑ. Однако для осциллятора эта зависимость сводится к множителю $\sin\vartheta$.

Производя разложение $\arcsin(r/a)$ в ряд, получим

$$F_{24}=F\sin\vartheta\,e^{i\left[\omega t-kr\left(1+\frac{1}{2\cdot3}\frac{r^2}{a^2}+\ldots\right)\right]}. \tag{6}$$

Отсюда видно, что скорость распространения меньше, чем c, если под c понимать постоянную, входящую в метрику в виде $dx_4{}^2=-c^2dt^2$ (см. (2)). Кроме того, с увеличением r, т. е. с удалением от источника, она уменьшается.

В дальнейшем, однако, мы будем пользоваться решением в общем виде (5).

Тензор энергии — импульса э. м. волны τ_i^k, равный в общем случае

$$\tau_i^k=-F^{kl}F_{il}+{}^1/_4g_i^kF^{mn}F_{mn}, \tag{7}$$

здесь будет

$$\tau^1_1=\frac{F_{24}{}^2}{r^2},\quad \tau_4^4=-\frac{F_{24}{}^2}{r^2},\quad \tau_4^1=\frac{iF_{24}{}^2\sqrt{1-\eta^2}}{r^2}. \tag{8}$$

Остальные компоненты равны нулю.

3. Гравитационное излучение в цилиндрическом мире. Предположим, что при отсутствии э. м. волны гравитационное уравнение

$$R_{0i}^k-{}^1/_2\delta_i^kR_0=-\varkappa T_{0i}^k \tag{9}$$

имеет своим решением метрику цилиндрического мира *

$$-ds^2=e^{\lambda_0}dr^2+r^2(d\vartheta^2+\sin^2\vartheta\,d\varphi^2)+dx_4{}^2, \tag{10}$$

где $\lambda_0=-\ln(1-\eta^2)$ (см. (2)).

* В уравнении (9) мы не пишем космологического члена Легко проверить, что и меняет только уравнение нулевого, но не первого порядка, и поэтому для нас е существенен.

При наличии э. м. волны тензор материи и энергии T_{0i}^{k} пол добавку в виде тензора энергии—импульса этой волны τ_i^k, в резуль тате чего уравнение тяготения будет

$$R_i^k - {}^1/_2\,\delta_i^k R = -\varkappa T_i^k, \qquad (11)$$

где

$$T_i^k \equiv T_{0i}^k + \tau_i^k.$$

Этому уравнению будет удовлетворять метрика, отличающаяся от (10) на малые величины, характеризующие возмущения в метрике, вносимые э. м. волной. Эти возмущения зависят от r, x_4 и ϑ. Метрику, зависящую от r, x_4 и ϑ, в общем виде можно записать

$$-ds^2 = e^{\lambda_1}dr^2 + r^2e^{\mu}(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2) + e^{\nu}dx_4^2 + \\ + a_1 dr dx_4 + a_2 dr d\vartheta + a_3 d\vartheta dx_4, \qquad (12)$$

где $\lambda_1 = \lambda_0 + \lambda$, причем λ, μ, ν, a_1, a_2, a_3 — малые величины, равные нулю при отсутствии э. м. волны. Пользуясь тем, что мы можем производить любые бесконечно малые преобразования r и x_4, не меняя при этом метрики нулевого приближения (10), выберем их так, чтобы [2]

$$\mu = 0, \qquad a_1 = 0. \qquad (13)$$

Подставим теперь метрику (12) с учетом (13) в уравнение (11) и разложим его по степеням малых величин. Члены нулевого приближения, не содержащие этих величин, взаимно компенсируются в силу (9), а линейные члены с τ_i^k в правых частях дадут систему линейных дифференциальных уравнений для определения неизвестных функций λ, ν, a_2, a_4.

Опуская очень громоздкие и длинные вычисления, выписываем сразу решения этих уравнений:

$$\left.\begin{aligned} a_2 = a_4 = 0, \quad \lambda &= \frac{\varkappa F^2 \sin^2\vartheta \sin 2(\omega t - kaz)}{2kr\sqrt{1-\gamma^2}}, \\ \nu &= \lambda + \frac{\varkappa F^2 \sin^2\vartheta \cos 2(\omega t - kaz)}{2k^2r^2}, \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

причем всюду пренебрегаем малыми $1/k^2r^2$ по сравнению с 1. Как мы видим, λ и ν отличны от нуля и в плоском мире ($a=\infty$).

Вычислим теперь энергию, которую теряет э. м. волна на гравитационное излучение, воспользовавшись известным выражением для псевдо-тензора энергии импульса гравитационной волны. Из него получаем, что потеря энергии э. м. волны на гравитационное излучение в сферическом слое между r и $r+dr$ равна

$$A = \frac{8\pi i \varkappa F^4 dr}{15(1-\gamma^2)k^2r^3}(1 - 5\gamma^2). \qquad (15)$$

Это выражение получено при пренебрежении $1/k^2r^2$ по сравнению с 1. Учет этих членов дает дополнительные малые члены, содержащие $1/k^4r^5$ и т. д.

Если бы мы разложили выражение (15) по степеням $\gamma^2 = (r/a)^2$, то получили бы слагаемые с такой зависимостью от r: dr/r^3, dr/r, rdr,... т. е. не было бы члена, пропорционального dr. Это означает, что в цилиндрическом мире нет эффекта, аналогичного эффекту Черенкова, ибо этот эффект предполагает наличие излучения, постоянного на единицу пути (у нас на единицу толщины сферического слоя). Этого результата и нужно было ожидать, так как, согласно решениям

(5) и (14), скорости э. м. и гравитационных волн здесь совпадают.

Излучение, даваемое формулой (15), представляет собой ничтожный эффект и не может быть обнаружено на опыте. Чтобы показать это, сравним потери на гравитационное излучение на всем пути волны до расстояния R с полным потоком э. м. энергии через сферу этого радиуса. Последний, как это следует из (8), после интегрирования по углам и умножения на R^2 равен (по порядку величины) F^2. Первое получим интегрированием A по r.

Считая для оценки, что выражение (15) для A годится, скажем, при $kr \geqslant 1$, получим после интегрирования от $r=1/k$ до R

$$\frac{4\pi\varkappa F^4}{15}\left(1-\frac{1}{k^2R^2}\right)$$

(для простоты здесь положен $\eta=0$, т. е. $a=\infty$).

Пренебрегая вторым членом в скобках, получаем на больших расстояниях от источника

$$\frac{4\pi\varkappa F^4}{15}. \qquad (16)$$

Отношение этой величины к полному потоку э. м. энергии есть по порядку величины $\varkappa F^4$. Так как F^2 невелико, а $\varkappa$ порядка 10^{-48}, то видно, что уменьшение потока э. м. энергии из-за гравитационного излучения ненаблюдаемо мало.

4. Обобщение на общий случай сферически изотропного мира. Метрику любого сферически изотропного мира можно записать как метрику цилиндрического мира (2), но только с радиусом трехмерного сечения мира a, зависящим от x_4. Решения для λ и μ представим в виде разложения по степеням $\eta^2=(r/a)^2$, ограничившись первыми членами, тогда получаем

$$\lambda=f(1+B\eta^2), \quad \nu=\lambda+g(1+D\eta^2), \qquad (17)$$

где f и g — решения для плоского мира. Их можно получить из (14), положив там $a=\infty$. Постоянные B и D неизвестны, но они, очевидно, порядка 1. Используя эти решения для λ и ν и помня, что a зависит то x_4, получаем

$$\bar{A}=\frac{\varkappa F^4\sin^5\vartheta}{k^2r^2}\left[\frac{i}{2r}(1-4\eta^2)+\frac{1}{a}\frac{da}{dx_4}\,(M+N\eta^2)\right], \qquad (18)$$

где M и N — величины порядка 1. При $a=\text{const}$ (цилиндрический мир) получаем наш прежний результат.

Заметим, что здесь мы имеем в $\bar{A}$ члены, не зависящие от r, т. е. постоянное излучение на единицу пути — эффект, аналогичный эффекту Черенкова. Однако эти члены не выделяются из других и даже малы по сравнению с ними.

Таким образом, и в общем случае эффект такого же порядка, что и в цилиндрическом мире, т. е. ненаблюдаемо мал. В частности, им ни в коей мере нельзя объяснить известного явления красного смещения спектров далеких туманностей.

Мы видим, далее, что сферическая э. м. волна, в противоположность плоской, распространяется, не теряя заметной части своей энергии на гравитационное излучение.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии Наук СССР

Поступило
20 II 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] N. Rosen, Sow. Phys., 12, 366 (1937). [2] Л. Д. Ландау и Е. Лившиц, Теория поля, 1941, стр. 239.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

В. В. КАЗАКЕВИЧ

О ПРОЦЕССЕ УСТАНОВЛЕНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

(Представлено академиком Н. Д. Папалекси 24 VII 1945)

В настоящем сообщении излагается один метод отыскания процесса установления колебательных систем, указанных в заглавии, при отсутствии внешних возмущений.

1. Рассмотрим уравнение

$$\ddot{s}+f(s,\dot{s})=0. \tag{1}$$

Полагая $\dot{s}=v$, запишем его в виде

$$ds/dt=v, \quad dv/dt=-f(s,v). \tag{1а}$$

Пусть решением системы $v=0$, $f(s,v)=0$ выделены положения равновесия s_i, $v_i=0$ $(i=1,2,\ldots,k)$. Нетрудно показать, что движение вокруг любого из положений равновесия s_i, v_i может быть описано четырьмя независимыми динамическими системами

$$dx/dt=y, \quad dy/dt=-f(|x|,-|y|)\operatorname{sgn}x, \tag{2а}$$

$$dx/dt=y, \quad dy/dt=f(-|x|,-|y|)\operatorname{sgn}x, \tag{2б}$$

$$dx/dt=y, \quad dy/dt=f(-|x|,|y|)\operatorname{sgn}x, \tag{2в}$$

$$dx/dt=y, \quad dy/dt=-f(|x|,|y|)\operatorname{sgn}x, \tag{2г}$$

$$x=s-s_i \qquad y=v,$$

интегральные кривые которых на фазовой плоскости x, y симметричны относительно координатных осей*. Системы (2а), (2б), (2в) и (2г) описывают движение исходной системы соответственно в 4-м, 3-м, 2-м и 1-м квадрантах фазовой плоскости x, y (1а). Уравнения вида (2) в связи с симметричностью интегральных кривых будем в дальнейшем называть квази-консервативными **. Вследствие указанной симметричности достаточно иметь решение систем (2) лишь для одного из квадрантов фазовой плоскости.

Предположим, что уравнения интегральных кривых систем (2) найдены. Пусть при начальных значениях $t=t_0$, $x=a$, $y=0$ они суть:

$$y_i=y_i(x,\ a,\ 0) \quad (i=1,2,3,4). \tag{3}$$

---

* Частный случай такой замены был применен нами в [1].

** Случай центра, связанный с симметрией относительно прямой, проходящей через начало координат, рассматривался в работах [2–4].

Полагая в (3) $x=0$, получаем некоторые функции начальных значений (амплитуд), которые в дальнейшем будем называть определяющими функциями

$$v_i(a)=y_i(0, a, 0). \tag{4}$$

Будем рассматривать $v_i(a)$ $(i=1, 2, 3, 4)$ в четвертых квадрантах фазовых плоскостей. Тогда, если $f(x, y)$ непрерывна и удовлетворяет условиям Липшица, то $v_i(a)$ — однозначные, определенные не для всех значений a функции, не убывающие в том смысле, что для любой пары чисел a_1 и a_2, для которых v_i существуют, таких, что $a_1<a_2$, $v_i(a_1)\leqslant v_i(a_2)$.

Если задана некоторая начальная амплитуда $a_1>0$, на которой v_i существуют, то определение процесса установления сводится к последовательному нахождению $a_2, a_3, \ldots$ из уравнений:

$$\left.\begin{array}{llll} v_1(a_1)=v_2(a_2), & a_2=a_3, & v_3(a_3)=v_4(a_4), & a_4=a_5, \\ v_1(a_5)=v_2(a_6), & a_6=a_7, & v_3(a_7)=v_4(a_8), & a_8=a_9, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & & \end{array}\right\} \tag{5}$$

Если в системе (1а) имеются устойчивые периодические движения (включая равновесие), охватывающие особую точку $x=y=0$, и начальное значение a_1 взято в области притяжения какого-нибудь из них, то стационарная амплитуда будет являться пределом последовательности амплитуд $a_2, a_3 \ldots, a_{2n-1}, a_{2n}, \ldots$ при $n\to\infty$. Число пар действительных корней и их значения из системы

$$v_1(\alpha)=v_2(\beta), \quad v_3(\beta)=v_4(\alpha) \tag{6}$$

определяют число и значения стационарных амплитуд.

Пусть α^*, β^* — пара действительных корней (6). Стационарная амплитуда является асимптотически устойчивой, если выполняется неравенство

$$\left|\frac{dv_1(\alpha^*)}{d\alpha}\,\frac{dv_3(\beta^*)}{d\beta}\right|<\left|\frac{dv_2(\beta^*)}{d\beta}\,\frac{dv_4(\alpha^*)}{d\alpha}\right|. \tag{7}$$

Если знак неравенства обратный, стационарная амплитуда неустойчива; случай равенства является сомнительным.

2. Знание определяющих функций позволяет отыскать процесс установления и периодические решения любых разрывных систем, удовлетворяющих в каждом из квадрантов условиям теоремы Коши*.

Всякую динамическую систему вида (1а) можно трактовать как некоторое устройство, заставляющее движущуюся точку в каждой из четвертей колебания перемещаться в соответствии с определенным дифференциальным уравнением вида (2).

Для (1а) число m дифференциальных уравнений, для которого порядок смены их делается периодическим, может принимать следующие значения: 1) $m=1$ (симметричная относительно координатных осей консервативная и неконсервативная системы: $v_1\equiv v_2\equiv v_3\equiv v_4$); 2) $m=2$ (симметричная относительно начала неконсервативная система; $v_1\equiv v_3$, $v_2\equiv v_4$); 3) $m=4$ (симметричная относительно оси абсцисс консервативная и неконсервативная системы; $v_1\equiv v_4$, $v_2\equiv v_3$; симметричная относительно оси ординат неконсервативная система $v_1\equiv v_2$, $v_3\equiv v_4$; несимметричная неконсервативная система, все v_i различны).

* В связи с этим легко могут быть исследованы такие разрывные системы, как электромагнитный регулятор напряжения типа Тирилля, «техническая система уравнений», описывающая, согласно Левенталю, процесс установления в системе ВИП-автомате и др.

Однако можно представить такую разрывную систему, в которой m принимает также иные значения. При этом необходимо различать два случая: а) $m=2n$; б) $m=2n-1$ $(n=1, 2, \ldots)$.

Для $m=2n$ количество и амплитуды периодических решений будут определяться числом и значениями действительных корней системы n уравнений с n неизвестными $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$:

$$v_1(\alpha_1)=v_2(\alpha_2), \quad v_3(\alpha_2)=v_4(\alpha_3), \ldots, \quad v_{2n-1}(\alpha_n)=v_{2n}(\alpha_1). \tag{8}$$

Число различных амплитуд каждого периодического движения $\leqslant m:2$. Пусть $\alpha_1^*, \ldots, \alpha_n^*$ — амплитуды периодического движения.

Периодическое движение устойчиво, если выполняется неравенство

$$\left|\prod_{i=1}^{n}\frac{dv_{2i}(\alpha_i^*)}{d\alpha_i}\right|<\left|\frac{dv(\alpha_1^*)}{d\alpha_1}\prod_{i=1}^{n}\frac{dv_{2i}(\alpha_i^*+1)}{d\alpha_{i+1}}\right|. \tag{9}$$

Если знак неравенства обратный, то движение неустойчиво. Случай равенства является сомнительным.

Для $m=2n-1$ имеем $2n-1$ уравнений с $2n-1$ неизвестными $\alpha_1^*, \ldots, \alpha_{2n-1}^*$:

$$\begin{gathered} v_1(\alpha_1)=v_2(\alpha_2), \\ v_3(\alpha_2)=v_4(\alpha_3), \ldots, v_{2n-1}(\alpha_n)= \\ =v_1(\alpha_{n+1}) \end{gathered} \tag{10}$$

$$\begin{gathered} v_2(\alpha_{n+1})=v_3(\alpha_{n+2}) \ldots \\ \ldots v_{2n-2}(\alpha_{2n-1})=v_{2n-1}(\alpha_1), \end{gathered}$$

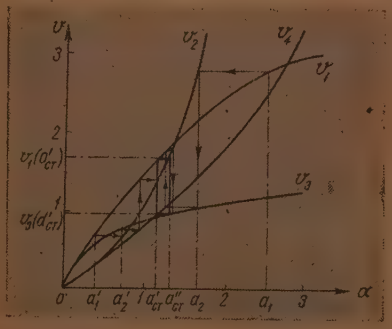


Рис. 1

число и значения корней которых определяют периодические решения. Число различных амплитуд каждого периодического движения $\leqslant m$. Пусть $\alpha_1^*, \ldots, \alpha_{2n-1}^*$ — амплитуды периодического движения. Периодическое движение устойчиво, если выполняется неравенство:

$$\left|\prod_{i=1}^{n}\frac{dv_{2i-1}(\alpha_i^*)}{d\alpha_i}\prod_{i=1}^{n-1}\frac{dv_{2i}(\alpha_{n+i}^*)}{d\alpha_{n+i}}\right|<$$

$$<\left|\frac{dv_{2n-1}(\alpha_1^*)}{d\alpha_1}\prod_{i=1}^{n-1}\frac{dv_{2i}(\alpha_i^*+1)}{d\alpha_{i+1}}\prod_{i=1}^{n-1}\frac{dv_{2}(\alpha_{n+i}^*)}{d\alpha_{n+i}}\right|. \tag{11}$$

Если знак неравенства обратный, то движение неустойчиво. Случай равенства является сомнительным.

3. Определение процесса установления удобно производить графически, строя на плоскости $v-a$ графики определяющих функций. Если выбрана начальная амплитуда a_1 (или a_1'), то последующие $a_2, \ldots$ (или $a_2', \ldots$) найдутся, согласно (5), построением, очевидным из рис. 1, на котором приведен процесс установления для уравнения

$$\ddot{x}-0{,}1\pi(1-2x+x^2)\dot{x}+x=0.$$

Несимметричность системы отчетливо выявляется здесь тем, что предельный цикл представлен прямоугольником, определяющим его (предельного цикла) амплитуды $a_{ст}'$ и $a_{ст}''$ и скорости $v_1(a_{ст}')$ и $v_3(a_{ст}'')$. Построение показывает неустойчивость равновесия и устой-

чивость предельного цикла. Для симметричных систем, вследствие того что $v_1(a) \equiv v_3(a)$, $v_2(a) \equiv v_4(a)$, прямоугольник, определяющий предельный цикл, вырождается в точку. Схематически процесс итерации (5) на плоскости $v - a$ может быть записан следующим образом:

$$\begin{array}{ccccc} v_1(a_1) & \to & v_2(a_2) & \quad v_1(a_5) & \to & v_2(a_6) \\ \downarrow & & \uparrow & \quad \downarrow & & \\ v_3(a_3) & \to & v_4(a_4) & \quad v_3(a_7) & \to & \text{и т. д.} \end{array} \tag{12}$$

и может привести, при надлежащем выборе a_1, к амплитудам устойчивых периодических движений (включая равновесие). Амплитуды неустойчивых периодических движений могут быть найдены процессом, обратным описанному выше:

$$\begin{array}{ccccc} v_1(a_1) & & v_2(a_4) & \to & v_1(a_5) \\ \downarrow & & \uparrow & & \downarrow \\ v_4(a_2) & \to & v_3(a_3) & & v_4(a_6) \to \text{и т. д.} \end{array} \tag{12a}$$

4. Рассмотрим несколько примеров.

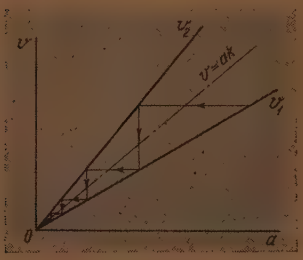


Рис. 2

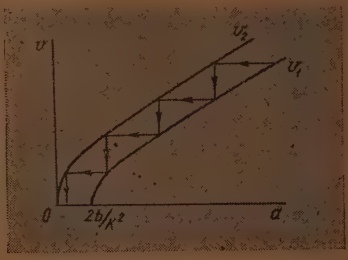


Рис. 3

1) Затухающие гармонические колебания $\ddot{x} + 2b\dot{x} + k^2x = 0$. Определяющие функции в этом случае имеют вид:

$$v_1(a) = v_3(a) = -ake^{-\frac{b}{k_1}\left[\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{b}{k_1}\right]},$$

$$v_2(a) = v_4(a) = -ake^{\frac{b}{k_1}\left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{b}{k_1}\right]}, \quad k_1 = \sqrt{k^2 - b^2}.$$

Две последовательных амплитуды a_n и a_{n+1} определятся из условия $v_1(a_n) = v_2(a_{n+1})$, откуда

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{e^{\frac{b}{k_1}\left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{b}{k_1}\right]}}{e^{-\frac{b}{k_1}\left[\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{b}{k_1}\right]}} = e^{\frac{\pi b}{k_1}} = \text{const.}$$

На плоскости $v - a$ процесс установления имеет вид, представленный на рис. 2. При $b = 0$ определяющие функции совпадают и представляются прямой $v = ak$. При увеличении b $v_1(a)$ и $v_2(a)$ начинают как бы вращаться вокруг начала координат, удаляясь друг от друга. При $b = k$ прямая $v_1(a)$ сливается с осью абсцисс. Построение ясно

показывает влияние линейного трения — убывание амплитуд по геометрической прогрессии.

2) Случай кулонова трения $\ddot{x}+k^2x=f(\dot{x})$, где $f(\dot{x})=-B\operatorname{sgn}\dot{x}$ при $\dot{x}\gtrless 0$; $-B\leqslant f(\dot{x})\leqslant B$ при $\dot{x}=0$. Определяющие функции имеют вид:

$$v_1(a)=v_3(a)=-\sqrt{a^2k^2-2Bk},\quad 2B/k^2\leqslant a<+\infty,$$

$$v_2(a)=v_4(a)=-\sqrt{a^2k^2+2Bk},\quad 0\leqslant a<+\infty.$$

По заданному a_1 из условия $v_1(a_1)=v_2(a_2)$ имеем: $a_2=a_1-2B/k^2$ и т. д., $a_n=a_1-(2nB/k^2)$. Движение продолжается, пока $a>B/k^2$. На плоскости $v-a$ процесс установления имеет вид, представленный на рис. 3, наглядно показывающий следствие кулонова трения — убывание амплитуд по арифметической прогрессии.

Поступило
24 VII 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. В. Казакевич, ДАН, XLIX, № 6 (1945). [2] H. Poincaré, J. de math. 1, 4 sér., 193 (1885) [3] А. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения М. — Л., 1935, стр. 160. [4] М. Альмухамедов, Изв. Физ.-мат. о-ва при Казанск. ун-те, VIII, сер. 3 (1936—37).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Д. МАКСУТОВ

АПЛАНАТИЧЕСКИЕ МЕНИСКОВЫЕ ТЕЛЕОБЪЕКТИВЫ

(Представлено академиком Г. А. Шайном 23 I 1945)

В предыдущих работах [1] я подробно рассматривал простейшую апланатическую систему «мениск — вогнутое зеркало» и только вскользь указывал на возможность осуществления сложных апланатических менисковых систем телеобъективного типа. Из таких систем наибольший практический интерес для астрономии представляет система, которую я назвал «менисковым кассегрэном» (рис. 1). Здесь: A — «ахроматический» мениск; B — главное вогнутое сферическое зеркало; C — вторичное выпуклое сферическое зеркало; R_1, R_2, R_3, R_4 — четыре радиуса кривизны оптических поверхностей; d_1, d_2, d_3 — толщина мениска и два воздушных промежутка; S' — последний отрезок.

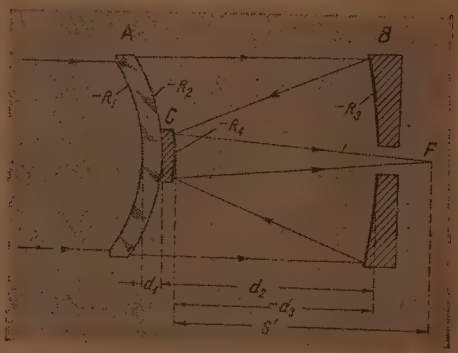


Рис. 1

Для дешевых приборов массового производства интересны системы, удовлетворяющие условию:

$$R_4 = R_2, \quad d_3 = -d_2, \tag{1}$$

так как в них вторичное зеркало C является алюминированным центральным участком внутренней поверхности мениска.

Но такие системы, при рационально выбранных конструктивных элементах, не могут быть выполнены в виде апланатических систем: в них исправляется сферическая аберрация, но кома в несколько раз превосходит кому эквивалентной зеркальной системы Кассегрэна

или, что равносильно, эквивалентного одиночного параболического зеркала и имеет при этом обратный знак.

Будем характеризовать кому системы общепринятой величиной

$$\frac{\Delta f_y'}{f'} - \frac{\Delta S_y'}{S' - x'} \qquad (2)$$

и сравнивать ее с комой эквивалентного параболического зеркала, т. е. имеющего такое же значение зоны y и такое же фокусное расстояние f', что и сравниваемая менисковая система. Как известно, кома параболического зеркала характеризуется величиной:

$$\frac{\Delta f_y'}{f'} = 0{,}0625\left(\frac{2y}{f'}\right)^2. \qquad (3)$$

В виде примера возьмем систему «менисковый кассегрэн» с диаметром отверстия $D=500$ мм, удовлетворяющую условию (1), и остановимся на следующих достаточно рациональных для нее конструктивных элементах:

Система I

$$\begin{aligned} R_1 &= -569{,}42 \\ & \qquad d_1 = 52{,}19\,(K-8) \\ R_2 &= -600{,}21 \\ & \qquad d_2 = 1010{,}49 \\ R_3 &= -2451{,}05 \\ & \qquad d_3 = -d_2 \\ R_4 &= R_2 \end{aligned} \qquad (4)$$

$$D:f' = 1:12{,}72$$
$$S_0' = 1300$$

Волновые аберрации h_y такой системы* изображены на рис. 2 в виде кривой *I*, говорящей о правильном подборе конструктивных элементов для исправления сферической аберрации при заданном мениске. На рис. 3 кривая *I* характеризует кому этой системы; сравнивая кривую *I* с пунктирной кривой *O*, характеризующей кому эквивалентного параболического зеркала, находим, что в нашей системе кома более чем в 3 раза превышает кому эквивалентного параболоида и имеет обратный знак («внутренняя кома»).

Для осуществления апланатической системы приходится отступить от условия (1). Не изменяя мениска, переходим от неапланатической системы I и к апланатической системе II, для которой расчет дает следующие конструктивные элементы:

Система II

$$\begin{aligned} R_1 &= -569{,}42 \\ & \qquad d_1 = 52{,}19\,(K-8) \\ R_2 &= -600{,}21 \\ & \qquad d_2 = 841{,}13 \\ R_3 &= -2311{,}69 \\ & \qquad d_3 = -843{,}63 \\ R_4 &= -965{,}55 \end{aligned} \qquad (5)$$

$$D:f' = 1:7{,}512$$
$$S_0' = 1126$$

Кривая *II* рис. 2 показывает, что при существенном изменении конструктивных элементов системы и ее светосилы волновые аберрации практически не изменились, т. е. что при правильном расчете системы волновые аберрации определяются в основном параметрами мениска.

* Расчеты и кривые выполнены для голубого луча *F*.

Кривая *II* рис. 3 показывает, что в системе II достигнуто наилучшее исправление комы и что остаточная кома ничтожно мала по сравнению с комой эквивалентного параболоида (кривая *O*). Поэтому систему II можно назвать апланатической, или, вернее, она наилучшим образом удовлетворяет условию изопланатизма.

Как мы видим, при переходе от неапланатической системы I к апланатической II пришлось приблизительно в 1,6 раза удлинить радиус R_4. Необходимость удлинения, а не укорочения радиуса яв-

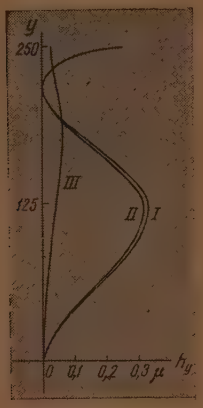


Рис. 2

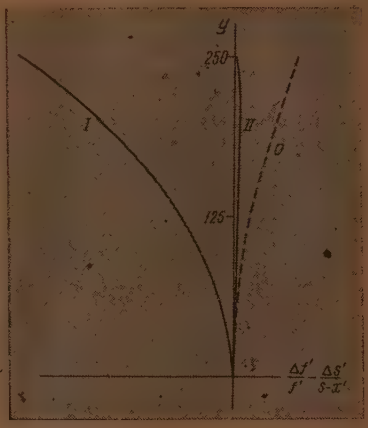


Рис. 3

ляется благоприятной случайностью, так как позволяет наплифовать зеркальную поверхность радиуса R_4 на внутренней поверхности мениска; в противном случае пришлось бы отдельно изготовить вторичное зеркало *C* (рис. 1) и тем или иным способом укрепить его на мениске, что конструктивно невыгодно. Промежутки d_2 и d_3 подобраны так, что нашлифованное на мениске вторичное зеркало приобретает конструктивно желательный поперечник.

Остаточную сферическую аберрацию (кривая *II* рис. 2) можно устранить или значительно уменьшить путем ретуши одной из четырех оптических поверхностей. По многим причинам для ретуши выгодно выбрать первую поверхность мениска.

Продольную сферическую аберрацию ΔS_y^0, отсчитанную от некоторой наивыгоднейшей плоскости фокусировки, представляем в виде:

$$\Delta S_y^0 = -\Delta + \alpha\left(\frac{y}{H}\right)^2 + \beta\left(\frac{y}{H}\right)^4 \qquad (6)$$

и вычисляем для нашего случая величину дефокусировки Δ с гауссовой плоскостью и коэффициенты α и β, которые оказываются равными:

$$\Delta = -1{,}44 \text{ мм}, \quad \alpha = -7{,}92 \text{ мм}, \quad \beta = +7{,}77 \text{ мм}. \qquad (7)$$

После этого уравнение деформированной первой поверхности мениска, приводящей к устранению в первом приближении остаточной сферической аберрации, принимает вид:

$$x = R_1\left(1 - \sqrt{1 - \frac{y^2}{R_1^2}}\right) + \frac{1}{4(n-1)}\left(\frac{D}{f'}\right)^2\left[-\frac{\Delta}{2}\left(\frac{y}{H}\right)^2 +\right.$$

$$+\frac{\alpha}{4}\left(\frac{y}{H}\right)^4+\frac{\beta}{6}\left(\frac{y}{H}\right)^6\Big]. \qquad (8)$$

Тригонометрический расчет такой системы III с ретушированной первой поверхностью мениска обнаруживает достаточно хорошее исправление остаточной сферической аберрации (кривая *III* рис. 2). Заметим, что ретушь, выполненная на первой поверхности мениска (наиболее близкой к входному зрачку инструмента), практически не повлияла на достигнутое ранее исправление комы; на рис. 4 изображены кривые остаточной комы неретушированной (кривая *II*) и ретушированной (кривая *III*) апланатических систем, причем кривая *O* попрежнему характеризует кому эквивалентного параболического зеркала.

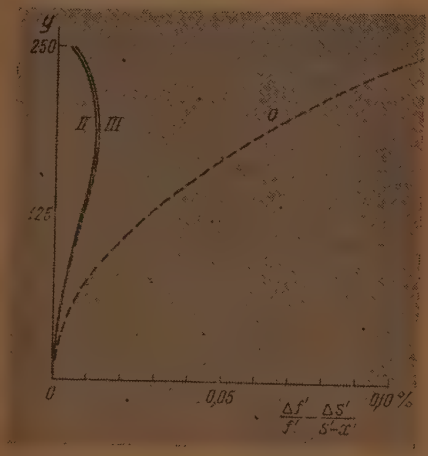


Рис. 4

Оказывается, что такая ретушь практически не повлияла ни на последний отрезок, ни на светосилу, ни на астигматизм и кривизну поля системы. Не приводя кривых астигматизма, заметим, что астигматизм данной системы ничтожно мал: например, для угла поля зрения $W=1°$ (поперечник поля $2W=2°$) астигматическая разность составляет всего лишь 0,21 мм; радиус кривизны поля изображения близок к 950 мм, а потому кривизна изображения легко может быть исправлена применением линзы Piazzi — Smith'a.

Таким образом, можно рекомендовать следующий путь для изготовления ретушированных апланатических менисковых систем Кассегрэна:

1. Рассчитываем систему со сферическими поверхностями, подобную системе II, в которой наилучшим образом исправлена сферическая аберрация и удовлетворено условие изопланатизма.

2. Поручаем оптику выполнить ретушь на первой поверхности мениска до исчезновения (или значительного уменьшения) остаточной сферической аберрации; эту операцию следует производить под контролем теневого метода в автоколлимационной схеме исследования.

3. Утверждаем, что все ранее вычисленные аберрации, кроме устраненной сферической, не претерпят заметного изменения.

Недостаток места не позволяет привести совершенно аналогичных расчетов и выводов для менисковых телеобъективов типа Грегори.

В заключение выражаю глубокую благодарность В. В. Даниловой, успешно выполнившей большое количество тригонометрических расчетов, необходимых для данного исследования.

Поступило
23 I 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Максутов, ЖТФ, XIII, в. 3 (1943). [2] Д. Максутов, Тр. ГОИ, в. 124 (1944); D. D. Maksutow, J. Opt. Soc. Am., **34**, № 5 (1944).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

М. Ф. ШИРОКОВ

ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ ДВИЖУЩИХСЯ ИСТОЧНИКОВ ЗВУКА

(Представлено академиком Б. А. Введенским 30 I 1945)

Насколько мне известно, этот вопрос не подвергался последовательному теоретическому рассмотрению. Между тем, выяснение его важно для расчета звукового поля винта самолета, находящегося в полете, звукового излучения в атмосферу от источников звука при наличии ветра и пр.

Правильное решение поставленной задачи сводится к разысканию нового решения дифференциального уравнения акустики с источниками, движущимися в среде. Такая попытка общетеоретического характера и предпринята ниже.

Уравнение акустики с источниками, которые не задаются искусственно, а уже содержатся в уравнениях гидродинамики, может быть получено из последних только в виде, указанном Лембом ([1]):

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p = \operatorname{div} \vec{K}, \tag{1}$$

где p — звуковое давление в некоторой точке газовой среды, c — скорость звука, $\vec{K}$ — некоторая объемная сила периодического характера, вызывающая явление звука в среде.

Силовое поле источников частоты ω, движущихся с некоторой постоянной скоростью $\vec{v}$ в направлении оси x, можно записать в виде:

$$\vec{K} = \vec{K}_0 (x - vt,\ y,\ z)\, e^{i\omega t}. \tag{2}$$

Аналогичные выражения можно написать и для компонент силы $\vec{K}$ по осям координат X, Y, Z.

Пусть p — звуковое давление в момент t в точке наблюдения $P(\xi, \eta, \zeta)$ и

$$t' = t - \frac{r'}{c}, \tag{3}$$

$$r' = \sqrt{(x' - \xi)^2 + (y' + \eta)^2 + (z' - \zeta)^2}. \tag{4}$$

$t - t' = r'/c$ — это время, в течение которого из какой-либо точки пространства $Q'(x', y', z')$ звуковой импульс дошел до точки наблюдения P (см. рисунок).

Какое-либо определенное значение амплитуды силового поля $\vec{K}_0$ за время $t - t'$ переместится из точки $Q'(x' y', z')$ в точку $Q(x, y, z)$,

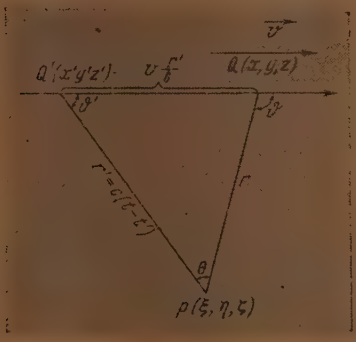
причем между координатами точек Q' и Q будут иметь место соотношения:

$$x' = x - \frac{vr'}{c}, \quad y' = y, \quad z' - z. \tag{5}$$

Из рисунка легко найдем:

$$r' = r \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\sin\vartheta\right)^2} + \frac{v}{c}\cos\vartheta}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\cos\vartheta' = \frac{v}{c} \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\cos\vartheta}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\sin\vartheta\right)^2} + \frac{v}{c}\cos\vartheta}, \quad \theta = \vartheta - \vartheta'. \tag{6}$$



При помощи (4) и (5), применяя теорию запаздывающих потенциалов, получим решение (1) в виде:

$$p = \frac{e^{i\omega t}}{4\pi} \int_{\Omega} (\vec{K}_0 \operatorname{grad} f)\, d\Omega, \tag{7}$$

где $d\Omega = dxdydz$ и $\vec{K}_0$ и f — функции координат силового поля в момент t, причем, на основании (5) и (6):

$$\frac{e^{-\frac{i\omega r'}{c}}}{r'\left(1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta'\right)} = f(x, y, z). \tag{8}$$

Применим (7) к точечному источнику, у которого силовое поле $\vec{K}$ сосредоточено в области Ω, размеры которой малы по сравнению с r' и длиной волны $\lambda = 2\pi c/\omega$, излучаемой источником.

Кроме того примем, что точка наблюдения находится настолько далеко от источников, что можно пренебречь изменением $r'^{-1}\left(1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta'\right)^{-1}$ внутри Ω. Тогда из (7) получим следующее приближенное соотношение, если через ϑ_x', ϑ_y', ϑ_z' обозначим углы вектора $\vec{Q'P} = r'$ с осями координат x, y, z:

$$p = \frac{B'}{r'\left(1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta_x'\right)} e^{i\omega\left(t - \frac{r'}{c}\right)}, \tag{9}$$

причем

$$B' = \int_{\Omega} \frac{i\omega}{4\pi c}\left(\frac{X_0\cos\vartheta_x'}{1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta_x'} + Y_0\cos\vartheta_y' + Z_0\cos\vartheta_z'\right) d\Omega, \tag{10}$$

где X_0, Y_0 и Z_0 — компоненты $\vec{K}_0$.

Полученная формула имеет сходство с известными соотношениями для потенциалов Льенара и Вихерта для движущегося электрона ([2]), но при этом обнаруживается, однако, и существенное различие. Оно заключается в том, что величина B', играющая роль заряда электрона, зависит от состояния движения источника, причем изменение ее может быть значительным. Причиной этого обстоятельства является то, что из уравнений гидродинамики источники звука могут быть получены только в виде дивергенции некоторой объемной силы $\vec{K}$. Главным образом вследствие этого для амплитуды точечного источника получается более сложная зависимость от величины v/c, чем в потенциалах Льенара — Вихерта.

Из (9) вытекает, что фаза точечного источника, воспринятая в точке наблюдения P:

$$\alpha = \omega\left(t - \frac{r'}{c}\right). \tag{11}$$

Она является некоторой сложной функцией времени, так как зависит от t еще и через r'. Наблюдатель обнаружит в P колебание давления не частоты ω, с которой колеблется силовое поле $\vec{K}$, а некоторой другой частоты, которая, согласно (2) и (5), будет:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega}{1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta'}. \tag{12}$$

Соотношение (12) выражает эффект Допплера, который здесь получен из решения дифференциального уравнения акустики (1), а не из элементарных чисто кинематических представлений о распространении волн в среде от движущегося источника. Формула (12) является приближенной, так как она вытекает из приближенного соотношения (9), а, кроме того, потому, что ω_1 может быть рассматриваема как частота лишь в том случае, когда за время $T_1 = 2\pi/\omega_1$ ход изменения α удовлетворительно воспроизводится разложением (11) в строку Тэйлора с обрывом ее на члене, содержащем $d\alpha/dt$.

Если предположить, что акустическое поле описывается потенциалом скоростей φ, то, обозначая среднюю плотность среды через ρ, будем иметь согласно (9)

$$\varphi = -\frac{iB'}{r'\rho\omega} e^{i\omega\left(t - \frac{r'}{c}\right)}. \tag{13}$$

С другой стороны, из уравнений гидродинамики можно показать, что поток акустической энергии

$$\vec{q} = p\vec{u}, \tag{14}$$

где $\vec{u}$ — колебательная скорость частицы среды.

Так как $\vec{u} = -\operatorname{grad}\varphi$, то вектор $\vec{q}$ ортогонален к поверхности $\varphi = \text{const}$. Согласно (13) на больших расстояниях от источника в точке наблюдения P (см. рисунок) вектор $\vec{q}$ будет направлен по $\overrightarrow{Q'P}$. Однако направление звукового луча совпадает с направлением $\vec{q}$. Таким образом, наблюдатель на слух будет воспринимать источник в направлении $\overrightarrow{PQ'}$, а зрением в направлении $\overrightarrow{PQ}$ (см. рисунок). Угол θ, следовательно, будет углом аберрации. Его можно вычислить при помощи соотношений (6). Как и эффект Допплера, мы получили здесь аберрацию как следствие из решения дифференциального уравнения акустики.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
30 I 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] H. Lamb, Hydrodynamics, Cambridge, 1932, p. 502. [2] Г. А. Лоренц, Теория электронов, пер. под ред. Т. П. Кравца, Л.—М., 1934.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Г. В. АКИМОВ, член-корреспондент АН СССР, и А. А. УЛЬЯНОВ

НОВЫЙ МЕТОД УСКОРЕННОГО ФОСФАТИРОВАНИЯ СТАЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Фосфатирование — один из наиболее распространенных способов защиты стальных деталей массового производства от действия атмосферной коррозии. Существенным недостатком обычного (полного) фосфатирования является неопределенность времени обработки и, часто, слишком большая продолжительность ее (до двух и более часов) * ([1–4]).

Даже в нормальных условиях ведения процесса скорость полного фосфатирования сильно зависит от ряда факторов ([2, 4, 5]): состава и подготовки поверхности металла ([3, 6]), концентрации, кислотности, температуры ванны ([5, 7] и ([8], стр. 345), присутствия в ней вредных ионов (SO''_4, Cl') или загрязнений.

Широко распространенные за границей ([8], стр. 362 и ([9–13])) ускоренные Паркер-Бондер-Атрамент-процессы тщательно засекречены и известны лишь в самых общих чертах. При этом достигаемое ускорение процесса связано с появлением ряда новых недостатков: резким понижением качества покрытий, крайними трудностями регулировки хода процесса ([6] и [8], стр. 345).

Сказанное делало фосфатирование в условиях производства военного времени часто трудно применимым. В связи с этим нужно было решить ряд новых задач, а именно:

1. Увеличение скорости процесса без снижения качества покрытий.
2. Возможность работы по твердому графику.
3. Минимальный процент брака по качеству покрытий.
4. Экономия основного фосфатного состава (МАЖЕФ).

Эти задачи получили успешное разрешение на основе предложенной нами новой идеи ускоренного (неполного) фосфатирования ** Мы руководствовались при этом следующими положениями:

1. Стойкость пленки вообще не находится в прямой связи с ее толщиной. Наилучшими защитными свойствами обладают пленки промежуточной толщины — не слишком тонкие и не слишком толстые ([13]). Они более однородны, не несут больших внутренних напряжений, свойственных толстым пленкам, и достаточно затрудняют диффузию коррозионной среды к металлу.

---

* До конца «кипа» — выделения водорода и еще дополнительная контрольная выдержка изделий в ванне (10 — 15 мин.).

** Процесс обрывается, не дожидаясь конца выделения водорода, по заранее установленному времени фосфатирования.

2. Главную роль в защите играет сравнительно тонкий слой пленки, прилегающий непосредственно к металлу.

3. При длительном фосфатировании кристаллическая пленка фосфатов растет неравномерно по толщине и крупности зерна. Границы неоднородностей структуры пленки наиболее слабы в коррозионном отношении.

4. Прекращение выделения водорода, служащее обычно показателем окончания роста фосфатной пленки (явление самоторможения), однако, еще не является гарантией стойкости ее в других агрессивных средах.

5. В случае необходимости улучшения защитных свойств более тонких и более пористых пленок неполного фосфатирования мы располагаем такими мощными средствами, как пропитка защитными ингибиторами (например, хроматы) и органическими веществами (смазка) *.

6. «Ускоренные» пленки не должны отличаться от пленок полного фосфатирования также и по прочности сцепления с металлом, однородности и механическим свойствам.

7. Сокращение времени (ускорение фосфатирования) должно значительно сократить расход фосфатов и процент брака покрытий (по размерам, появлению «пятен», крупному зерну и др.).

Наши опыты по фосфатированию образцов стали марок У-3, У-4, У-6 и У-10, а затем и различных стальных деталей производились в 4-литровой электрической ванне с автоматической регулировкой постоянства температуры ($t = 96—98° \pm 0{,}2°$) в условиях постоянства нормального фосфатного раствора 30—32 г/л Mn — Fe фосфата (МАЖЕФ) при показателе η отношения общей кислотности K_0 к свободной $K_{св}$, равном 7—7,5.

Коррозионная стойкость фосфатных пленок определялась нашим ускоренным методом — капельной пробой с катодным (медным) индикатором (реагент № 2) по времени резкого изменения цвета капли в момент разрушения фосфатной пленки (начала коррозии). Для пленок, окончательно обработанных (пропитка пушсалом), применялся тот же реагент № 2 с показателем коррозии — выделение следов меди через 3 минуты на месте предварительной 1-минутной капельной обработки раствором № 3 (для нормальной пленки) или после 3-минутной обработки реагентом № 4 — для «ускоренных» пленок.

Многочисленные эксперименты полностью подтвердили нашу идею ускоренного (неполного) фосфатирования (рис. 1). Коррозионная стойкость пленок особенно быстро растет в первом этапе фосфатирования (5—7 баллов/мин.), достигая при этом стойкости, почти равной для образцов нормального (полного) фосфатирования (10 баллов/мин).

Далее, путем большого числа экспериментов по повышению защитных свойств «ускоренных» фосфатных пленок после пропитки их растворами $K_2Cr_2O_7$ (90 г/л) при вариациях состава их добавками CrO_3 (5—20 г/л), температуры — 20, 50, 90 и 95° и времени обработки — 5, 10 и 30 мин., было установлено, что хроматная обработка сильно повышает коррозионную стойкость этих пленок (кривая *2* на рис. 1). Оптимальные условия этой обработки (пропитки) следующие: концентрация 8—10% $K_2Cr_2O_7$ и $t = 80—95°$. Более кислые растворы хромпика (с 1% CrO_3 или 0,2% H_3PO_4) и более щелочные с 0,001 до 0,1 м NaOH дали худшие результаты. Кривая *4* на рис. 1 показывает, что раствор 9% $K_2Cr_2O_7 + 1\%$ CrO_3 совершенно разрушает защитную пленку.

---

* Растворы пушсала или вазелина применяются также для увеличения коррозионной стойкости обычных фосфатных пленок.

Большую роль при хроматной обработке играет также время пропитки (рис. 2); оптимальные условия здесь отвечают 10—30 мин. (в среднем 20 мин.).

Наконец, дополнительная пропитка органическими веществами (растворами пушсала или вазелина в бензине или скипидаре) еще повышает защитные свойства как фосфатного слоя (кривая *3* на рис. 1), так и — еще более резко — фосфато-хроматного слоя (кривая *5* на рис. 1) различного времени фосфатирования, доводя их до требуемой нормы стойкости.

В результате проведенных экспериментов был разработан наш новый метод, основанный на применении более однородных, тонких и пористых пленок резко сокращенного (не дожидаясь прекращения водорода), но строго определенного по времени (5—10 мин.) режима фосфатирования и пропитывании затем пленок неорганическими ингибиторами (хроматом) и растворами органических веществ (смазок).

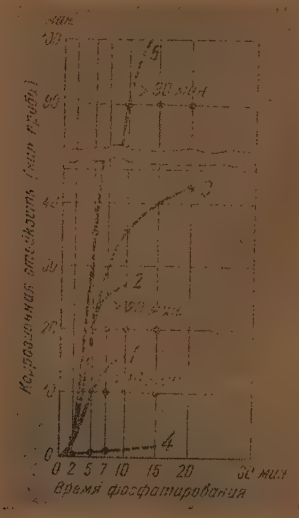


Рис. 1. Зависимость защитных свойств фосфатных пленок от времени фосфатирования (при 98°) и последующих обработок (сталь У-3; шлифовка). *1* — фосфатирование (Ф); 2 — Ф + хроматная обработка (Х. О.) № 1; *3* — Ф + пропитка пушсалом (П. С.); *4* — Ф + хроматная обработка № 3; *5* — Ф + Х. О. № 1 + П. С.

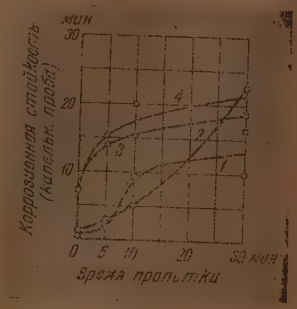


Рис. 2. Влияние продолжительности пропитки фосфатного слоя 9% раствором $K_2Cr_2O_7$ при 90° на коррозионную стойкость шлифованных образцов стали У-3. *1* и *2* — фосфатирование 5 минут; *3* и *4* — фосфатирование 10 минут

Была разработана также детальная технология нового метода ускоренного фосфатирования. После испытания на большой партии заводских деталей (30 000 шт.) новый метод был внедрен в серийное производство крупного завода со следующими техно-экономическими показателями:

а) Процесс идет по строго определенному, наперед заданному времени, позволяющему работать по твердому графику на существующем оборудовании, с механизацией и автоматизацией его.

б) Увеличение скорости процесса в 3—5 раз.

в) Сохранение расхода фосфатного состава (МАЖЕФ'а) в 3—4 раза.

г) Высокое качество ровных, топкокристаллических (матовых) покрытий, по стойкости соответствующих техническим нормам (условиям) мирного времени.

д) Уменьшение суммарного брака изделий в 3—5 раз.

Лаборатория коррозии сплавов
Коллоидо-электрохимического института
Академии Наук СССР

Поступило
20 IV 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] F. C. Hirdler, The Iron Age, June 3, 61a, 128 (1943). [2] А. Ривкинд, Корроз. и борьба с ней. № 1—2 (1939). [3] H. Hogel, Korr. u. Metallsch., **5**, 180 (1941). [4] O. Macchia, La Protezione Fosfatica dei Metalli Ferrosi, 1938. [5] И. И. Хаин, Корроз. и борьба с ней, № 1—2, 72 (1939). [6] A. Burkhardt u. G. Sachs, Korros., II, 1933. [7] O. Macchia, Korros. u. Metallsch., **12**, 211 (1936). [8] Korros. Metallwerkst., III, 1940. [9] Англ. пат. 346401; ам. пат. 1791715 и 1869121. [10] Ам. пат. 365569; Korros. u. Metallsch., **12**, 202 (1936). [11] В. О. Кренинг и Р. С. Амбарцумян, Корроз. металлов в авиации, 1941, стр. 109. [12] Ам. пат. 1287605, 1660661, 1826866; герм. пат. 496933; англ. пат. 850420, 296748; Korros. u. Metallsch., 5 (1941). [13] Ю. Р. Эванс, Коррозия, пассивность и защита металлов, 1941, стр. 69.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. В. КИСЕЛЕВ

РАБОТА И ТЕПЛОТА АДСОРБЦИИ

(Представлено академиком М. М. Дубининым 2 I 1945)

Вопрос о работе и теплоте адсорбции не подвергался общему систематическому исследованию. Давались лишь отдельные выражения для частных случаев, рассматриваемых независимо. Подробное термодинамическое исследование, сделанное Вильямсом (1), относится лишь к теплоте адсорбции чистого вещества.

Существует мнение, что чисто термодинамическая трактовка мало применима к адсорбции на твердых телах (2). Между тем, Гиббсом (3) даны были фундаментальные уравнения для однородных фаз и поверхностей, с помощью которых можно определить изменения свободной и полной энергии любого сорбционного процесса (4). Выписав с помощью фундаментальных уравнений свободные энергии в начальном и конечном состояниях (до и после сорбции), легко найти их разность в удобном для расчета виде. Если адсорбент 1 не изменяется, т. е. его химический потенциал μ_1 остается постоянным, то работа адсорбции чистого газа или пара 2

$$A_a = s\left(\sigma_1 - \sigma + \Gamma_2 RT \ln \frac{p_0}{p}\right), \qquad (1)$$

где s — поверхность, σ_1 и σ — поверхностные натяжения до и после адсорбции, p_0 и p — фугативности (приближенно упругости) адсорбируемого вещества 2 в начальном состоянии и в состоянии равновесия с адсорбентом и Γ_2 — адсорбция на единицу поверхности *.

Из (1) видно, что работа адсорбции и изменение поверхностного натяжения, вообще говоря, резко отличаются: работа адсорбции в сильной степени зависит от выбора начального состояния. Обычно это не учитывается.

Интегрируя уравнение Гиббса (1, 4, 5), можно исключить $\sigma_1 - \sigma$ из (1) и получить эквивалентное выражение для A_a, пригодное для случая адсорбции на твердых адсорбентах:

$$A_a = \int_0^{x_2} RT \ln \frac{p_0}{p}\, dx_2. \qquad (2)$$

* Так как при $d\mu_1 = 0$ адсорбция Γ_1 выпадает из уравнения Гиббса $-d\sigma = \sum_i \Gamma_i d\mu_i$, то геометрическую поверхность, определяющую Γ_2, мы можем выбрать произвольно. Целесообразно выбрать физическую поверхность раздела; при этом $x_2 = s\Gamma_2$ является избытком числа молей вещества 2 в объеме, примыкающем к поверхности s и содержащем всю область неоднородности, над числом его молей в равном объеме внутри однородной фазы.

Для интегральной теплоты адсорбции отсюда получаются следующие выражения:

$$Q_a = s\left\{\sigma_1 - \sigma - T\left[\frac{\partial(\sigma_1-\sigma)}{\partial T}\right]_p\right\} = \int_0^{x_2} RT^2\left(\frac{\partial \ln p}{\partial T}\right)_{x_2} dx_2; \qquad (3а, б)$$

$$Q_a = s\left\{\sigma_1 - \sigma - T\left[\frac{\partial(\sigma_1-\sigma)}{\partial T}\right]_2 + \Gamma_2 RT^2\left(\frac{\partial \ln v}{\partial T}\right)_{\Gamma_2}\right\}. \qquad (4)$$

Формулы (3а, б) были получены Вильямсом ([1]), формула (4) для частного случая линейной изотермы была дана Касселем ([6]).

Если происходит полное насыщение парами, то

$$A_a^s = s(\sigma_1 - \sigma_s) = \int_0^{x_2^s} RT \ln \frac{p_s}{p}\, dx_2, \qquad а, б)$$

где σ_s — поверхностное натяжение на границе адсорбент — насыщенный пар, а x_2^s — адсорбция из насыщенного пара с упругостью p_s, и

$$Q_a^s = s\left[\sigma_1 - \sigma_s - T\frac{\partial(\sigma_1-\sigma_s)}{\partial T}\right] = \int_0^{x_2^s} RT^2\left(\frac{\partial \ln p}{\partial T}\right)_{x_2} dx_2. \qquad (6а, б$$

В случае смачивания адсорбента чистой жидкостью 2

$$A_a^l = s(\sigma_1 - \sigma_{1-2}) = A_a^s + s\sigma_2, \qquad (7а, б)$$

где σ_{1-2} — межфазное натяжение адсорбент — жидкость, а σ_2 — поверхностное натяжение жидкости, и

$$Q_a^l = s\left[\sigma_1 - \sigma_{1-2} - T\frac{d(\sigma_1-\sigma_{1-2})}{dT}\right] = Q_a^s - x_2^s L_2 + s\left(\sigma_2 - T\frac{d\sigma_2}{dT}\right), \qquad (8а, б)$$

где L_2 — скрытая теплота парообразования жидкости 2. Величина $Q_a^l - (Q_a^s - x_2^s L_2)$ представляет теплоту смачивания адсорбента, насыщенного парами. Ее измерение позволяет определить s для непористых адсорбентов ([7]). Для пористых адсорбентов можно пренебречь членами, содержащими σ_2 (в случае полного смачивания).

Для дифференциальной работы адсорбции газа получаем

$$A_{x_1} = RT \ln \frac{p_0}{p},$$

или, если начальное состояние вещества 2 — конденсированная фаза:

$$A_{x_1} = RT \ln \frac{p_s}{p}. \qquad (10)$$

Последнее выражение было применено Гольдманом и Поляни ([8]).

Дифференциальная теплота адсорбции газа или пара может быть представлена следующими эквивалентными выражениями:

$$Q_{x_1} = RT^2\left(\frac{\partial \ln p}{\partial T}\right)_{x_1} = -RT^2\left(\frac{\partial \ln x_2}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial \ln x_2}{\partial \ln p}\right)_T, \qquad (11а, б)$$

откуда видно, что одна и та же калориметрически измеряемая теплота адсорбции может быть выражена как через «изостерический»

(11а), так и через «изобарический» («изопикнический») (11б) температурные коэффициенты величин, относящихся к адсорбционному равновесию. Называть (11а) и (11б) «изостерической» ([9]) и «изобарической» или «изопикнической» ([10]) теплотой адсорбции нецелесообразно.

Поскольку $\frac{x_2}{s} = \Gamma_2 = \frac{pG_2}{RT}$, где $G_2 = -\left(\frac{\partial\sigma}{\partial p}\right)_T$ поверхностная активность, (11а) и (11б) можно представить еще в двух эквивалентных формах, пригодных для расчетов на жидких поверхностях

$$Q_{\Gamma_2} = RT\left[1 - \frac{T}{G_2}\left(\frac{\partial G_2}{\partial T}\right)_{\Gamma_2}\right] = RT\frac{1 - \frac{T}{G_2}\left(\frac{\partial G_2}{\partial T}\right)_p}{1 + \frac{p}{G_2}\left(\frac{\partial G_2}{\partial p}\right)_T}, \qquad (12а, б)$$

первая из которых содержит изостерический, а вторая — изобарический (изопикнический) и изотермический коэффициенты *.

Случай адсорбции из раствора сложнее. Если адсорбируется смесь газов, то величины адсорбции каждого компонента, по крайней мере в области малых давлений, могут возрастать одновременно; выражения для A и Q (1) — (11) сохраняют свой вид, лишь добавятся члены, относящиеся к другим компонентам. В случае же адсорбции из конденсированного раствора величины адсорбции компонентов связаны условием вытеснения. Так, для двухкомпонентного раствора:

$$v_3 x_3 + v_2 x_2 = 0; \quad x_2 = -\beta x_3, \qquad (13а, б)$$

где v_3 и v_2 — молярные объемы, а β — их отношение. Так как вещества 2 и 3 не проникают в глубь адсорбента, то целесообразно сохранить прежнее положение геометрической поверхности и прежнее определение адсорбции ([11]).

Для изменения свободной энергии при смачивании чистого адсорбента раствором, согласно фундаментальным уравнениям Гиббса, получаем:

$$\Delta Z = s(\Delta\sigma + \Gamma_2\Delta\mu_2 + \Gamma_3\Delta\mu_3) + n_2'\Delta\mu_2 + n_3'\Delta\mu_3, \qquad (14)$$

где n_2' и n_3' — числа молей, остающихся в объеме однородного раствора (вплоть до поверхности s). Выражая x_2 через x_3 по (13б) и μ_2 через μ_3 по уравнению Гиббса — Дюгема, в случае идеального раствора получаем

$$A = -\Delta Z = s\left[\sigma_1 - \sigma + \Gamma_3 RT\left(\ln\frac{N_3^0}{N_3} - \beta\ln\frac{1 - N_3^0}{1 - N_3}\right)\right] + \\ + n_3'RT\ln\frac{N_3^0}{N_3} + n_2'RT\ln\frac{1 - N_3^0}{1 - N_3}, \qquad (15)$$

где N_3 — молярная доля вещества 3, адсорбция которого измеряется. Первый член выражает изменение свободной энергии в области неоднородности, второй — в однородном растворе (работу разбавления

* Для частного случая линейного участка изотермы получаем выражения:

$$Q_{\Gamma_2} = -RT^2\left(\frac{\partial\ln\Gamma_2}{\partial T}\right)_p = RT\left[1 - \frac{T}{G_2}\left(\frac{\partial G_2}{\partial T}\right)_p\right] = \\ = \frac{1}{\Gamma_2}\left\{\sigma_1 - \sigma - T\left[\frac{\partial(\sigma_1 - \sigma)}{\partial T}\right]_p\right\}. \qquad (11б', 12б', 3а')$$

Формулы (11б') и (12б') были приведены Ребиндером ([10]), а (3а') — Касселем ([8]).

1′). Если раствор не идеален, надо ввести коэффициенты активности.

Для случая адсорбции на твердых адсорбентах исключим $\Delta\sigma$, интегрируя уравнение Гиббса от $\Gamma_3 = 0$, $\sigma = \sigma_{1-2}$ (адсорбент — чистый растворитель 2) до Γ_3, σ (адсорбент — раствор). Так как $\sigma_1 - \sigma = \sigma_1 - \sigma_{1-2} + \sigma_{1-2} - \sigma$, а по (7а) $s(\sigma_1 - \sigma_{1-2})$ представляет работу A_2' смачивания чистым растворителем 2, то

$$A = A_2' + \int_0^{x_3} RT\left(\ln\frac{N_3^0}{N_3} - \beta\ln\frac{1-N_3^0}{1-N_3}\right)dx_3 + A'. \qquad (16)$$

Для теплоты адсорбции из раствора отсюда получается (если пренебречь $d\beta/dT$):

$$Q \cong Q_2' + \int_0^{x_3}\left(1+\beta\frac{N_3}{N_2}\right)RT^2\left(\frac{\partial\ln N_3}{\partial T}\right)_{x_3}dx_3 + Q', \qquad (17)$$

где Q_2' — теплота смачивания растворителем, а Q' — теплота разбавления.

Таким образом, работа (соответственно теплота) адсорбции из раствора равна сумме работы (теплоты) смачивания адсорбента растворителем, работы (теплоты) адсорбции растворенного вещества и вытеснения им растворителя и работы (теплоты) разбавления раствора. Для идеальных растворов $Q' = 0$.

Если при адсорбции концентрация раствора не изменяется (например, в присутствии чистого вещества 3), то (15) переходит в

$$A = s(\sigma_1 - \sigma)_{N_3}, \qquad (18)$$

а теплоту адсорбции можно выразить аналогично (3а)

$$Q = s\left\{\sigma_1 - \sigma - T\left[\frac{\partial(\sigma_1-\sigma)}{\partial T}\right]_{N_3}\right\}. \qquad (19)$$

Для дифференциальной работы и теплоты адсорбции из раствора получаем, соответственно:

$$A_{x_3} = RT\left(\ln\frac{N_3^0}{N_3} - \beta\ln\frac{1-N_3^0}{1-N_3}\right) \qquad (20)$$

и

$$Q_{x_3} \cong \left(1+\beta\frac{N_3}{N_2}\right)RT^2\left(\frac{\partial\ln N_3}{\partial T}\right)_{x_3} =$$

$$= -\left(1+\beta\frac{N_3}{N_2}\right)RT^2\left(\frac{\partial\ln x_3}{\partial T}\right)_{N_3}\Big/\left(\frac{\partial\ln x_3}{\partial\ln N_3}\right)_T; \qquad (21а, б)$$

для линейного участка изотермы:

$$Q_{x_3} \cong \left(1+\beta\frac{N_3}{N_2}\right)RT^2\left(\frac{\partial\ln x_3}{\partial T}\right)_{N_3}; \qquad (22)$$

предельные выражения для очень малых концентраций, когда $\beta\frac{N_3}{N_2} \ll 1$:

$$A_{x_3\to 0} = RT\ln\frac{N_3^0}{N_3}, \qquad (23)$$

$$Q_{x_3 \to 0} = RT^2\left(\frac{\partial \ln N_3}{\partial T}\right)_{x_3} \cong -RT^2\left(\frac{\partial \ln x_3}{\partial T}\right)_{N_3} \qquad (24а, б)$$

Можно получить, далее, формулы, выражающие теплоту адсорбции из растворов через поверхностную активность $G_3 = -(\partial\sigma/\partial N_3)_T$. Для этого потребуется перейти от $\Gamma_3 = x_3/s$ к $\Gamma_3^{(2)}$, соответствующей геометрической поверхности, для которой $\Gamma_2 = 0$, так как только $\Gamma_3^{(2)} = \frac{N_3 G_3}{RT}$. Неудобства такого выбора положения геометрической поверхности отмечены Гуггенгеймом и Адамом [11]*.

При определении работы адсорбции из растворов, как и в случае чистых веществ, важную роль играет выбор начального состояния раствора.

Опыт дает, обычно, уменьшение x_3 с ростом T (или $(\partial \ln N_3/\partial T)_{x_3} > 0$); это приводит к положительным теплотам смачивания растворами, что и наблюдается на опыте**.

Так как экспериментальное определение теплот адсорбции из растворов не представляет особых затруднений, то можно по предложенным формулам проверить правильность сделанных допущений. В связи с этим особенный интерес приобретают измерения теплот адсорбции из растворов параллельно изотермам самой адсорбции при разных температурах, а также случай смачивания концентрированными растворами, когда адсорбция x_3 проходит через максимум.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
23 XII 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] A. M. Williams, Proc. Roy. Soc. Edinburgh, **38**, 23 (1918). [2] О. Блюи Н. Штарк, Адсорбция, Ш, Л., 1933. [3] W. Gibbs, The Collected Works, **1**, Thermodynamics, N. Y., 1931, p. 86, 229, [4] А. В. Киселев, Успехи хим., **9**, 27 (1940). [5] D. H. Bangham and R. J, Rasouk, Trans. Faraday Soc., **33**, 1463 (1937); G. Boyd and H. Livingston, J. Am. Chem. Soc., **64**, 2383 (1942). [6] H. Cassel, Physik. Z., **26**, 862 (1925); **28**, 152 (1927). [7] W. D. Harkins and G. Jura, J. Chem. Phys., **11**, 430 (1943). [8] F. Goldmann und M. Polanyi, Z. phys. Chem. **132**, 371 (1928). [9] H. Freundlich, Kapillarchemie, 2 Aufl., Leipzig, 1920, S. 107; E. Hückel, Adsorption und Kappillarkondensation, Leipzig, 1928, S. 57. [10] P. Rehbinder. Physik. Z., **27**, 826 (1926). [11] E. A. Guggenheim and N. K. Adam. Proc. Roy. Soc. A, **139**, 218 (1933). [12] W. Heyne and M. Polanyi, Z. physik. Chem., **132**, 384 (1928).

---

* Ребиндер ([10]) применил к адсорбции из растворов при значительной кривизне изотерм, формулу (126′), пригодную лишь для линейного участка изотермы. Вычисленные им теплоты адсорбции резко (до 10 раз) возрастают с ростом температуры. Обычно теплота адсорбции мало зависит от температуры.

** Гейне и Поляни ([12]) приписали сродству адсорбции из растворов выражение $a_x = RT\ln(c_g/c)$, где c_g — концентрация насыщенного, а c — равновесного раствора. Такой выбор начального состояния исключает случаи неограниченно растворимых веществ и ставит a_x в резкую зависимость от свойств c_g. В разобранных авторами случаях, благодаря быстрому росту c_g с T, a_x растет с T, следовательно, предельная адсорбция (при $a_x = 0$) также растет с T, в то время как в охваченном опытом интервале адсорбция падает с ростом T. Рост a_x с T привел авторов к отрицательным теплотам, что также не согласуется с опытом. Помимо этого, выражение для a_x не учитывает вытеснения растворителя.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. ПАСЫНСКИЙ и Т. КАСТОРСКАЯ

ЭЛЕКТРОФОРЕЗ ЛИЗОЦИМА ПО МЕТОДУ ТИЗЕЛИУСА

(Представлено академиком А. Н. Бахом 8 XII 1944)

Электрофоретический анализ индивидуальных белков и белковых смесей по методу Тизелиуса ([1], [2]) получил весьма важное значение за последние годы. Этот метод позволяет произвести контроль электрохимической однородности белкового раствора, определить число компонентов в смеси белков и измерить электрофоретическую подвижность каждого из этих компонентов в зависимости от состава среды непосредственно в смеси белков без какого-либо их предварительного фракционирования. Разработанная Тизелиусом методика точных электрофоретических измерений на белковых смесях основана на применении значительных градиентов потенциала (7—10 V/см), которые в 6—10 раз выше применявшихся ранее, что позволило раздвинуть границы передвижения отдельных компонентов и сделать возможным их наблюдение при помощи того или иного специального оптического метода, обычно основанного на принципе Винера; при этом Тизелиус указал пути устранения многочисленных источников ошибок, возникающих при электрофорезе белков при высоких градиентах потенциала.

Рис. 1

В настоящей работе мы сконструировали установку для электрофореза белков по методу Тизелиуса с оптической схемой Теплера («Schlierenmethode») и после ряда контрольных опытов на растворах яичного альбумина, показавших полное соответствие получаемых нами результатов данным Тизелиуса, приложили эту методику к изучению лизоцима, для которого электрофоретические данные до сих пор отсутствовали.

Оптическая схема установки изображена на рис. 1. Луч света от лампы 200 W S_1 проходит через отверстие в кожухе с охлаждаемыми водой двойными стенками и собирается конденсором F_1 на узкой щели S_2. Объектив F_2 находится на двойном фокусном расстоянии от щели S_2 (оптическое расстояние $S_2F_2 = 60$ см) и собирает свет в точке f. Электрофоретический сосуд K помещается в термостате (с двойными стенками и вставными плоско-параллельными окошечками), возможно ближе к объективу F_2. Изображение сосуда K при помощи объектива F_3 ($F = 30$ см) фиксируется на экране P (фотопластинка). Под фокусом f располагается край ножа M, перемещаемого при помощи микрометрического винта. При однородной жидкости в сосуде K изображение на экране получается равномерно освещенным, если же на пути луча в сосуде K появляется граница раздела двух жидкостей, то луч

света на границе раздела отклоняется и срезается ножом M, вследствие чего на экране получается в соответствующем месте черная полоска. Расстояние между фокусом f и объективом F_3 составляет несколько сантиметров, так что увеличение составляет 1,05—1,10. Экспозиция составляла 40—50 секунд.

Электрофоретический сосуд K представлял собою U-образную трубку (рис. 2) с плоско-параллельными стенками, склеенными на особом цементе; наполнение сосуда исследуемым раствором производилось из резервуара R через узкий капилляр r, подведенный снизу к U-образной трубке. При помощи шлифов s сосуд K соединялся с двумя электродными сосудами L емкостью по 500 см³. Электродные сосуды укреплялись при помощи менделеевской замазки в латунных чашечках M, передвигаемых вдоль подставки N; к подставке N были прикреплены латунные стержни P, при помощи которых собранный прибор опускался целиком в термостат или вынимался из него. Электроды из толстой серебряной проволоки в форме спирали, покрытой AgCl, через стеклянные трубки p были опущены на дно электродных сосудов. Электродные сосуды в нижней части своего объема заполнялись насыщенным KCl; остальной объем электродных сосудов и весь электрофоретический сосуд K заполнялись буфером того состава, относительно которого производился электрофорез белкового раствора. Исследуемый раствор белка (около 10—12 см³) наливался, при закрытом кране m, в резервуар R, и весь заполнённый таким образом прибор погружался в термостат. Через 1—1½ часа кран m открывался, и исследуемый раствор осторожно подслаивался под буферный раствор при оптическом контроле. Когда граница достигала средней части U-образной трубки, кран m закрывался, и на электроды подавалось напряжение в 400—800 V от кенотронного стабилизованного выпрямителя. Падение напряжения измерялось в пределах U-образной трубки на электродах l при помощи точного электростатического вольтметра. Положение передвигающихся границ фотографировалось через каждые 20—30 минут в зависимости от условий опыта.

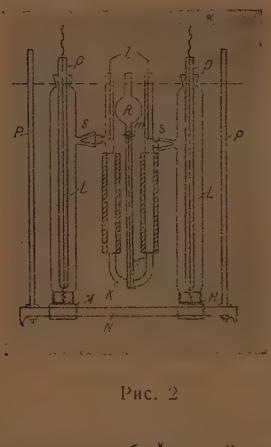


Рис. 2

Препарат лизоцима приготовлялся из свежего яичного белка по модифицированному способу Бордэ и очищался переосаждением из 80% спирта (по способу И. Буяновской ([3])). Затем 0,8% раствор очищенного препарата лизоцима тщательно диализовался на леднике через коллодийную мембрану против дестиллированной воды. После этого к раствору лизоцима добавлялся 0,02 M фосфатный буфер и производились измерения pH (со стеклянным электродом) и электропроводности. Подгонка pH растворов лизоцима и боковой жидкости производилась с точностью до 0,01—0,02 pH; электропроводность боковой жидкости устанавливалась на 2—3% выше, чем раствора лизоцима. По окончании электрофоретического опыта контролировалось постоянство pH раствора лизоцима, причем изменение pH в течение опыта за 1½—2 часа не превышало 0,03 pH.

Все опыты были проведены при 20° C $\pm$ 0,01.

Результаты опытов приведены в таблице (к сожалению, по внешним условиям, число произведенных нами опытов с растворами лизоцима

было ограниченным). Из таблицы следует, что в нейтральной области при pH = 6—8 лизоцим ведет себя как электрохимическое однородное вещество (во всяком случае, при продолжительности опыта до $1^1/_2$ часов и градиенте потенциала до 7 V/см), и лишь в более кислой среде, при pH ~ 5, наблюдается появление примеси второго компонента.

pH		Электропроводность		Градиент потенциала V/см	Электрофор. подвижн. $\frac{см^2 \cdot 10^5}{V \cdot сек}$
раствор лизоцима	буферный раствор	раствор лизоцима $\varkappa \cdot 10^3$	буферн. раствор $\varkappa \cdot 10^3$		
4,94	4,92	2,07	2,10	10,0	1) + 2,5 2) + 0,56
6,10	6,10	3,12	3,21	6,5	— 0,48
7,81	7,83	5,96	6,10	7,0	— 0,60

Изоэлектрическая точка основного компонента лизоцима лежит при pH = 6,0, причем наклон кривой подвижности в области изоэлектрической точки $\left(\frac{du}{dp}\right)_{H_0} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$. Положение изоточки при pH = 6,0 указывает на основной характер лизоцима, что подтверждается и результатами прямого анализа аминокислотного состава лизоцима (4). Значение pH очищенного и диализованного раствора лизоцима, что соответствует изоионной точке раствора, составляло в наших опытах pH = 5,92—6,0 (измерено со стеклянным электродом); это значение хорошо совпадает с приведенной выше величиной. Исследуя количественно активность лизоцима при различных pH, Шабордин (5) установил, что оптимум литической активности лизоцима лежит при pH = 6,4; эта величина, учитывая погрешности подобных измерений, также близка к определенной нами изоэлектрической точке лизоцима. Наконец, по данным Шабордина, адсорбируемость лизоцима на чувствительных бактериях при pH = 5,9 гораздо выше, чем при pH = 7,1. Из сопоставления указанных данных следует естественный вывод, что оптимум литической активности лизоцима и, одновременно, максимальная адсорбируемость лизоцима на чувствительных бактериях совпадают, повидимому, с изоэлектрической точкой лизоцима, или по крайней мере, тесно связаны с этой величиной; это обстоятельство является существенным для понимания механизма действия лизоцима.

Всесоюзный институт экспериментальной медицины
и Институт биохимии
Академии Наук СССР

Поступило
8 XII 1944

Добавление при корректуре

В работе (6) было установлено, что молекулярный вес лизоцима $M = 13\,000$ и коэффициент диффузии $D_{20,w} = 8{,}6 \cdot 10^{-7}$. Одновременно с печатанием цитируемой и настоящей работ появилась статья G. Alderton, W. Ward и H. Fewold (7), в которой исследовался лизоцим, полученный иным методом — адсорбцией на бентоните с последующим отмыванием; для этого препарата найдено $M = 14\,000$—$17\,000$ по методу ультрацентрифугирования и $D_{20,w} = 11{,}2 \cdot 10^{-7}$, что, учитывая различие препаратов, близко к нашим данным. Изоэлектрическую точку лизоцима американские авторы нашли при $pI \sim 10{,}5$, однако в их работе точки, определенные с ацетатным и фос-

фатным буферами, резко отклоняются и приводят к $IP = 7{,}0$, что также близко к нашим данным ($IP = 6{,}0$), определенным с фосфатным буфером. Различие изоточек от $IP = 6$—7 до 10,5 объясняется, повидимому, различием в составе буферов (веронал, этаноламин и др.), применявшихся американскими авторами, и образованием комплексов между лизоцимом и этими буферами в растворе. В молекулярном и электрохимическом отношении препараты лизоцима оказались гомогенными, что соответствует нашим данным. Предположения о сложной природе лизоцима [8], повидимому, опровергаются тщательными опытами G. Alderton, J. Lewis и H. Fewold [9].

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] A. Tiselius, Koll. Z., **85**, 129 (1938). [2] А. Пасынский, Усп. хим., **10**, 536 (1941). [3] З. Ермольева, Усп. современ. биол., **9**, 68 (1938). E. Abraham, Biochem. J., **33**, 622 (1939). [5] Д. Шабордин, Диссертация, ВИЭМ, 1940. [6] А. Пасынский и В. Пласкеев, ДАН, XLVIII, № 8 (1945). [7] G. Alderton, W. Ward and H. Fewold, J. Biol. Chem., **157**, 43 (1945). [8] K. Meyer, Science, **99**, 391 (1944). [9] G. Alderton, J. Lewis and H. Fewold, Science, **101**, 151 (1945).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. В. СОЛОВЬЕВ

ВЛИЯНИЕ ЗАПОЛНИТЕЛЕЙ НА ТЕМПЕРАТУРУ РАЗМЯГЧЕНИЯ БИТУМНЫХ МАТЕРИАЛОВ

(Представлено академиком В. Г. Хлопиным 12 III 1945)

Известно, что порошкообразные и волокнистые заполнители влияют на температуру размягчения, растяжимость и прочность битумных материалов. С помощью заполнителей регулируются физико-химические свойства битумных материалов применительно к устройству наиболее устойчивых антикоррозионних и гидроизоляционных покрытий и получению наиболее прочных пластичных масс и бетонов.

Представляет большой интерес выяснение причин и установление закономерности зависимости физико-химических свойств битумных материалов от количества содержащихся в них заполнителей.

Теоретический анализ приводит к заключению, что это весьма интересное явление находится в зависимости от молекулярных сил сцепления битумов с заполнителями.

Адгезионное сцепление битумов с большинством твердых тел сильнее кохезионного сцепления частиц битума между собой. Поэтому введение в битумы тонко молотых заполнителей приводит к увеличению внутренней ассоциации, температуры размягчения и прочности битумных материалов.

Увеличение температуры размягчения и механической прочности битумных материалов находится в зависимости от активной поверхности, по которой происходит соприкосновение и сцепление битума с заполнителем. Активная поверхность заполнителя тем больше, чем тоньше помол заполнителя. Следовательно, увеличение температуры размягчения и прочности битумного материала, происходящее при введении в битумный материал заполнителя, тем больше, чем тоньше помол заполнителя. Если вводимый в битум заполнитель имеет одну и ту же тонкость помола, то наблюдается следующая закономерность.

Увеличение температуры размягчения битумного материала прямо пропорционально квадрату количества введенного в него заполнителя и обратно пропорционально количеству содержащегося в нем битума.

Математически эта закономерность выражается уравнением:

$$T - T_0 = k\frac{m^2}{n},$$

где T — температура размягчения битума, T_0 — температура размягчения битумного материала, содержащего заполнитель; m — количество порошкообразного заполнителя, содержащегося в битумном материале, в процентах по весу, n — количество битума, содержащегося в битумном материале, в % по весу, k — коэффициент пропорциональности.

Для каждого сорта битума и каждого вида заполнителя коэффициент пропорциональности имеет определенное значение, находясь в зависимости от температуры размягчения битума, химического состава битума и заполнителя, тонкости помола и адсорбционной способности заполнителя. Коэффициент пропорциональности определяется экспериментально.

Сравним экспериментальные данные о температуре размягчения битумных материалов, полученных из органической части кислого гудрона и известнякового порошка, с теоретическими данными, полученными с помощью написанного выше уравнения.

Органическая битумо-смолистая масса, полученная 4-кратным отмыванием от кислого гудрона (завода им. Чкалова) кислот водою при кипячении, имеет температуру размягчения, равную 32° С. При введении в эту массу молотого известняка, просеянного через сито с отверстиями 0,25 мм в диаметре, или извести-пушонки, просеянной через то же сито, получаются битумно-эмалевые материалы, имеющие более высокую температуру размягчения, чем температура размягчения органической части кислого гудрона.

В таблице приведены экспериментальные и расчетные данные о температуре размягчения битумо-известняковых и битумо-известковых материалов. Коэффициент k для органической части кислого гудрона и известнякового заполнителя равен 0,28 и для органической части кислого гудрона и известкового заполнителя (извести-пушонки) — 2,66.

Влияние добавок известняка и извести-пушонки с частицами меньше 0,25 мм в диаметре на температуру размягчения органической части кислого гудрона

Состав в % по весу			Температура размягчения в °С по методу «кольцо и шар»	Коэффициент k	Температура размягчения в °С, высчитанная по формуле (1)
Органической части, полученной из кислого гудрона после 4-кратн. отмывки	Известняка с частицами, меньше 0,25 мм в диаметре	Извести-пушонки с частицами, меньше 0,25 мм в диаметре			
100	—	—	32	0,28	32
70	30	—	33	0,28	35,6
60	40	—	39,5	0,28	39,46
50	50	—	45	0,28	46
40	60	—	52	0,28	57,2
30	70	—	80	0,28	77,7
90	—	10	41	2,66	39,95
80	—	20	46	2,66	45,3
70	—	30	63	2,66	66,2
65	—	85	86	2,66	82,13

Экспериментальные и теоретические данные для температур размягчения битумо-известняковых и битумо-известковых материалов близки между собой. Некоторые расхождения между экспериментальными и расчетными данными зависят от избирательной адсорбционной способности заполнителей по отношению к главнейшим составным частям битума — смолам, асфальтенам и маслам. Эти отклонения весьма незначительны. Следовательно, вышеприведенным уравнением можно широко пользоваться при подборе состава битумных мастик по температуре размягчения. Количество заполнителя, могущее быть сцементировано битумом, имеет предел. Предельное количество минеральной добавки, которое можно ввести в битум, находится в зависимости от плотности упаковки частиц минеральной добавки: чем плотнее частицы заполнителя укладываются друг с другом, тем меньше потребность в вяжущем материале; чем рыхлее укладываются частицы заполнителя, тем больше потребность в вяжущем материале.

Весьма вероятно, что вышеприведенное уравнение найдет применение и для других пластичных материалов.

Поступило
12 III 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Эванс, Доклад на Всемирном нефтяном конгрессе, Лондон, 1933.
[2] Н. Н. Короткевич, Физико-химические основы применения минеральных порошкообразных материалов-заполнителей для дорожных асфальтовых бетонов и методы их испытания, 1940.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ГЕОЛОГИЯ

И. О. БРОД

ОБ ОСНОВНЫХ СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ И ПЕРСПЕКТИВАХ НЕФТЕГАЗОНОСНОСТИ ЮЖНОЙ ОКРАИНЫ ЕВРОПЕЙСКОЙ ЧАСТИ СССР

(Представлено академиком П. И. Степановым 8 VI 1945)

Проблема создания «Большого Донбасса» и проблема поисков новых крупных нефтегазоносных зон на обширных равнинных пространствах юга СССР находится в тесной связи с разрешением вопроса о возрасте и строении фундамента южной части Русской платформы ([1], [2]). Многочисленные газопроявления, известные в Прикаспийских, Калмыцко-Сальских, Северокавказских и Крымских степях, а также в Мелитопольском районе, обычно трактуются в качестве неглубоко залегающих скоплений газа, имеющих чисто местное значение. На самом же деле, в связи с тем, что фундамент упомянутых районов состоит из разновозрастных складчатых сооружений, перспективы их промышленной газоносности и нефтеносности рисуются в совершенно ином свете.

В центральных районах Русской платформы бурением доказано залегание докембрийского фундамента на глубинах, не превышающих 2 000 метров. На юго-востоке область приподнятого залегания докембрийских пород протягивается полосой от Воронежского массива к Уфимскому плато ([3]). Южный склон приподнятой зоны, хорошо очерчивающийся по данным магнитных и гравиметрических исследований, неравномерно погружается к подножью Кавказских и Крымских гор. Это погружение прерывается крупными поднятиями, в результате которых докембрий местами оказался выведенным на дневную поверхность (Азово-Подольский массив).

Несомненным является расчленение фундамента и к востоку от вышеуказанного района, где наличие погребенного кряжа, предполагавшегося еще А. П. Карпинским ([4]), было подтверждено данными последующих геофизических исследований ([5]). Геологами Ф. Ф. Гольцом и Н. Ю. Успенской, исследовавшими этот район, погребенное сооружение, согласно со взглядами А. П. Карпинского, трактовалось в качестве соединительного звена между Мангышлакскими горами и складками Донбасса ([2], [6]). Геофизические исследования последовавшего десятилетия, обобщенные в 1940 г. Э. Э. Фотиади и затем А. А. Борисовым, показали, что погребенный кряж, прослеживающийся в Калмыцко-Сальских степях, является, вероятно, погруженным продолжением складок западного склона Урала. Указания на меридиональное направление дислокаций на возвышенности Чушка-Куль и к востоку от нее ([7]) дают основание предполагать разветвление Уральской системы складок, показанное на схеме. Мангышлакские же горы, повидимому, являются частью другого складчатого сооружения. Эта горная цепь, сформированная в процессе движений киммерийского цикла, протянулась вдоль южного края платформы, к которой в это время оказались припаянными герцениды юго-западного продолжения Урала.

Схема структуры южной окраины Европейской части СССР. *1* — край докембрийского основания платформы; *2* — платформенные поднятия с предполагаемым каледонским складчатым основанием; *3* — герцинские складчатые сооружения на поверхности; *4* — предполагаемое погребенное продолжение герцинского складчатого сооружения; *5* — киммерийские складчатые сооружения на поверхности; *6* — предполагаемое погребенное продолжение киммерийского сооружения. Альпийские складчатые сооружения; *7* — область, сложенная мезозоем и более древними отложениями; *8* — перед-довые антиклинальные зоны в третичных отложениях; *9* — предполагаемые погребенные поднятия; *10* — впадины предгорного прогиба

В Мангышлаке типичные геосинклинальные формы складчатости констатированы для перми и триаса. Нижне-юрское время является началом отмирания геосинклинального режима. В юрское время мангышлиды являлись той северной сушей, которая давала материал для образования осадков в расположенной к югу от них геосинклинальной области. Новокиммерийские движения отразились на Мангышлакской зоне в слабой степени, а во время альпийского горообразования она представляла уже часть платформы.

Одним из звеньев того же мезозойского горного сооружения, что и Мангышлак, является, по всей вероятности, и Добруджская возвышенность на Дунае, где известны аналогичные с Мангышлаком соотношения в характере дислокаций отложений разного возраста. Во время альпийского горообразования Добруджа, так же как и Мангышлак, представляла собою уже часть платформы. К северу от Добруджи мезозойские отложения вновь скрываются под плащом более молодых осадков. Погребенное продолжение этой структурной зоны можно наметить в полосе распространения валообразного поднятия, оконтуривающего Предкарпатскую впадину с востока. Бурение на этом валообразном поднятии обнаружило цепочку локальных структур, с которыми связаны самые мощные в Европе залежи газа в слоях тортона на площадях Опары, Дашава, Калуш и др.

Наличие значительного количества нефтепроявлений в мезозойских отложениях Мангышлака дает основание предполагать региональную нефтегазоносность этой зоны. Незначительная метаморфизация пород позволяет рассчитывать на сохранение углеводородных соединений. К западу от Мангышлака — в Предкавказье и Крыму,— т. е. там, где киммериды погребены под значительным слоем третичных и послетретичных осадков, весьма вероятно возникновение в покрывающих киммерийский фундамент породах залежей природного газа. Метан, образовавшийся за счет разложения нефтяных битумов при погружении складчатого сооружения, должен был мигрировать из слоев, находящихся под большой нагрузкой, в покрывающие их слои. В связи с этим вопрос о поисках всех остальных звеньев погребенного складчатого сооружения киммерид (мангышлид), на всем протяжении между Мангышлаком на востоке и Добруджскими возвышенностями на западе, является задачей, имеющей большое значение в деле развития не только газодобывающей, но и нефтедобывающей промышленности СССР.

На прилагаемой схеме показано, что в зоне, ограничивающей предгорный прогиб Крымско-Кавказских гор с севера, можно рассчитывать на обнаружение киммерийского фундамента на всем протяжении от Тарханкутского поднятия в северном Крыму вплоть до Каспийского моря. Наличие молодых поднятий в этой зоне было зафиксировано в последние годы исследованиями М. М. Жукова на водоразделе рек Терека и Кумы у Черного Рынка и В. Г. Левинсоном — на Бейском полуострове. Существование Благодарненского поднятия отмечалось нами еще в 1936—1937 гг. ([8]) и подтверждено исследованиями М. М. Жукова. Между Благодарненским и Черно-Рынковским поднятием известна эдесийская аномалия силы тяжести, трактуемая в качестве пологой антиклинали Кавказского направления ([5]).

Рассматривая упомянутые выше зоны распространения погребенных складчатых систем — герцинид (уралид) и киммерид (мангышлид), нельзя не упомянуть, что расположенные к югу сооружения Кавказа и Крыма мы считаем, как это видно из схемы, звеньями единого альпийского пояса, прерываемого областями погружений, поперечными к простиранию складок.

В основу намечения зон распространения единовременно образованных складчатых сооружений кладется положение о зональном членении геосинклинальной области с закономерным обрамлением докем-

брийской платформы каледонидами, герцинидами, киммеридами и альпидами. Мы полагаем, что в этих зонах, на всем протяжении геосинклинального режима на протяжении всех циклов орогенеза больше всего сказывались геоантиклинальные тенденции. На каждом этапе движений в краевой, наиболее приближенной к платформе, части геосинклинали возникшие складчатые сооружения, вследствие их консолидации, припаивались к платформе. В то же время в более удаленных внутренних частях геосинклинали вслед за восходящими движениями вновь происходило погружение. Возникшие ранее хребты, втянутые в это погружение, перекрывались более молодыми осадками, с тем чтобы вновь подняться при следующем крупном пароксизме орогенеза.

В Крымско-Кавказской зоне установлено проявление мощных складчатых движений в ново-каледонскую, герцинскую и древне-киммерийскую фазы, но переломным этапом явилась ново-киммерийская фаза, так как только после этих движений первенствующее значение приобрели восходящие движения. Общее погружение геосинклинали уже не компенсировало их. Надо отметить, что к этому времени Крымско-Кавказская зона являлась передовой частью геосинклинали, так как Мангышлакская складчатая зона была уже в значительной степени консолидирована и припаяна к платформе.

Развитие движений внутри Крымско-Кавказской зоны шло от центра к периферии. В ранние палеозойские фазы формировались складки современного ядра Большого Кавказа. В мезозойское время возникла складчатость в мезозойских отложениях, тогда как более древнее складчатое основание испытывало только глыбовые подвижки. Аналогично этому в третичное время в консолидированном в известной мере мезозойском складчатом сооружении имели место в основном мощные вертикальные подвижки, в то время как третичные осадки сминались в складки. Надо напомнить, что схема очертания докембрийского основания платформы, окруженного кольцом каледонских складчатых сооружений, была дана еще Ф. Н. Чернышевым [9].

Не исключено, что в дальнейшем бурением удастся подтвердить наличие в южной части Русской платформы не только погребенных герцинид и киммерид, но и зоны каледонид, протянутых Ф. Н. Чернышевым. На прилагаемой схеме показаны платформенные своды — Хобдинский [10] и Сталинградский, в ядре которых, весьма возможно, заключены складки каледонского сооружения.

Гипотетические схемы строения недр в районах, покрытых мощным плащом полого залегающих осадков, отражают действительность только в тех случаях, если уловлены основные закономерности в соотношении современных морфологических форм со структурными элементами, возникшими на разных этапах геологической истории. Все процессы, происходившие в земной коре, отражаются в большей или меньшей степени и в современном расположении основных структурных элементов, возникших в результате следовавших друг за другом тектонических движений. Вследствие этого и современные морфологические формы земной поверхности несут нередко заметные следы весьма древних явлений.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
8 VI 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] П. Степанов, Большой Донбасс, 1932. [2] Н. Ю. Успенская, Проблема нефтеносности Калмыцко-Сальских и Нижне-Волжских степей, 1935. [3] Н. С. Шатский, ДАН, XXXI, № 5 (1941). [4] А. П. Карпинский, Горный журнал, III, 434 (1883). [5] Н. Н. Степанов, Тр. Сев.-Кавк. конф. геол. нефт., в. VII (1934). [6] Ф. Ф. Голынец, Тр. НГРИ, сер. Б, 1, 2 (1932). [7] А. Л. Яншин, Тр. Ин-та геол. наук АН СССР, в. 32 (1940). [8] И. О. Брод, Сов. геол., № 7 (1938). [9] Ф. Н. Чернышев, Истор. геология, 1915. [10] Ю. А. Косыгин, Нефт. пром. СССР, № 1 (1941).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ГЕОЛОГИЯ

А. Б. ВИСТЕЛИУС

О ВЫРАЖЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ФОССИЛИЗАЦИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ С ПОМОЩЬЮ РЯДА $\sum_{i=0}^{k} e^{a_i x + b_i} \cos(\omega_i x + \varphi_i)$

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 4 X 1945)

1. В предыдущих работах ([2,3]) мною было показано, что распределение пористости в вертикальных сечениях нижне-казанского подъяруса в Бугурусланском районе подчиняется уравнению

$$y = m + nx + e^{a_1 x + b_1} \cos(\omega_1 x - \varphi_1) + e^{a_2 x + b_2} \cos(\omega_2 x - \varphi_2), \qquad (1)$$

где y — величина пористости, x — глубина от кровли изучаемых отложений. При этом было установлено, что значения параметров периодических членов уравнения (1) находятся в зависимости от положения исследованного сечения на структурной форме.

После опубликования этих работ было исследовано еще 13 сечений нижне-казанских отложений буровыми скважинами в том же Бугурусланском районе; исследованные скважины были более или менее равномерно распределены на площади около 4 000 км². В результате проделанной работы оказалось, что приближение к ряду наблюдений с помощью функций (1) более близко в средней части ряда и ухудшается на его концах.

Для выяснения причины этого явления были изучены разности

$$\delta(x) = y - e^{a_1 x + b_1} \cos(\omega_1 x - \varphi_1) - e^{a_2 x + b_2} \cos(\omega_2 x - \varphi_2) \qquad (2)$$

между рядами наблюденных величин и периодическими членами уравнения (1). Рассмотрение этих разностей показало, что они только в первом приближении могут быть выражены с помощью линейной функции, более же близкие приближения достигаются с помощью уравнения

$$\varphi(x) = e^{ax + b} \cos(\omega x - \varphi). \qquad (3)$$

Таким образом, уравнение (1) оказалось возможным представить в виде ряда

$$y = \sum_{i=0}^{2} T_i(x), \qquad (4)$$

в котором

$$T(x) = e^{ax + b} \cos(\omega x - \varphi).$$

При этом для члена $T_0(x)$ коэффициент затухания был опущен ввиду крайне незначительной величины логарифмического декремента.

Таблица 1

Название структурной формы	№ скважины	Параметры функции распределения пористости											
		a_0	b_0	ω_0	φ_0	a_1	b_1	ω_1	φ_1	a_2	b_2	ω_2	φ_2
Елатомская	11	+0,0238	+1,2030	4,5	279,0	−0,0077	1,9096	21,15	64,0	+0,0475	1,0098	21,15	243,2
Султангуловская	12	—	+0,8215	9,5	292,5	—	0,6436	40,00	220,0	—	—	—	—
Бренчаниновская	13	—	+0,9823	16,8	352,2	+0,0711	0,0283	60,00	30,0	+0,1322	−0,7767	72,00	288,0
Садкинская	17	—	+1,2019	12,3	306,1	−0,1254	2,7361	32,70	65,4	+0,0471	+1,2011	32,70	278,0
Пилюгинская	16	—	+1,4537	3,0	296,3	+0,0045	1,5147	25,70	13,60	+0,0169	+1,3876	22,50	101,2
	15	—	+1,9505	1,5	316,6	−0,1115	2,1384	25,75	326,2	−0,0236	+2,1302	24,00	150,0
	14	—	+1,1594	6,4	60,0	—	2,2586	25,70	171,5	—	+2,0150	20,00	160,0
Аманакская	4	—	+0,9577	5,6	120,7	−0,0262	1,7790	16,29	110,08	+0,0044	+1,2580	10,11	59,2
	5	—	—	—	—	−0,0150	1,9680	16,35	197,35	+0,0260	+0,9870	14,12	110,16
Сосновская	19	—	+2,2013	11,2	152,5	−0,0163	2,4493	21,18	264,8	+0,0000	+1,9065	42,35	348,0
	20	—	+1,6794	12,7	8,6	—	—	—	—	—	+0,8882	25,70	49,2
Калиновско-Журавлевская	7	—	+1,9383	2,0	342,1	+0,0227	1,4280	20,00	124,0	+0,0287	+0,0900	21,82	95,96
	2	—	+0,9496	3,7	71,5	−0,0222	1,9340	19,36	66,76	+0,0220	+1,4030	19,36	108,42
	3	—	+1,3079	3,8	270,8	−0,0152	1,2410	21,42	186,36	+0,0056	+1,3980	21,42	199,25
Ново-Степановская	1	—	+1,3863	5,0	351,8	−0,0483	2,1760	35,30	38,97	+0,0136	+0,9130	38,47	235,02
	9	—	+0,8524	4,2	39,3	—	—	—	—	—	+1,3863	30,00	73,5
	8	—	+0,5532	0,5	351,5	—	—	—	—	+0,0120	+1,2730	20,00	70,0
	6	+0,0033	+0,2430	1,5	355,5	−0,1014	3,1040	27,34	182,68	+0,0120	+0,8160	16,00	351,2
Бугурусланская	10	—	+2,0630	12,7	128,8	−0,0391	0,2225	30,00	240,0	—	+0,1970	40,00	88,0
Красно-Ключевская	18	—	+1,5544	10,7	36,7	−0,0176	1,6145	18,00	306,0	—	—	—	—

В табл. 1 приведены значения параметров уравнения (4) для всех изученных скважин.

Рассматривая величины ω, приведенные в табл. 1, легко увидеть, что они делятся на две группы — в первую входят стоящие в столбце ω_0, вторую группу образуют входящие в столбцы ω_1 и ω_2. Таким образом в уравнении (4) выделяются две группы членов — первая с минимальными значениями ω, которую мы можем обозначить через

$$\varphi(x) = T_0(x), \qquad (5)$$

и вторая, с большими значениями ω, которая образует выражение

$$\psi(x) = \sum_{1}^{2} T_i(x). \qquad (5а)$$

2. Параллельно с уточнением вида функции распределения коэффициентов пористости было произведено исследование мощностей изучаемых отложений; в табл. 2 приведены их значения для тех скважин, в которых было исследовано распределение пористости. При этом для скважин № 14, 16, 17, 18, 19, 20, не дошедших до подошвы $P_2^{kaz_1}$, мощность была вычислена с помощью уравнения (5а), что оказалось возможным вследствие того, что в области подошвы нижне-казанских отложений во всех изученных скважинах располагался минимум функции (5а), порядок мощностей был известен, а сами функции (5а) устанавливались по наблюдениям во вскрытой скважиной части подъяруса.

Таблица 2

№ скважины	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Глубина подошвы, м	341,1	311,00	329,0	324,0	333,3	331,0	342,0	405,9	274,1	254,0
Глубина кровли, м	288,1	262,00	271,0	258,0	275,1	279,0	292,0	364,0	235,5	236,0
Мощность, м	53,0	49,0	58,0	66,0	58,2	52,0	50,0	41,9	39,6	18,0

Таблица 2 (продолжение)

№ скважины	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Глубина подошвы, м	317,5	301,0	455,8	509,0	509,0	502,0	589,0	372,0	379,0	355,0
Глубина кровли, м	283,0	281,5	438,5	462,0	459,6	465,0	541,0	324,0	322,0	300,0
Мощность, м	34,5	19,5	17,3	48,0	49,4	37,0	48,0	48,0	57,0	55,0

3. Для выяснения связи между параметрами функции распределения (4) и мощностями были построены схемы изоплет ([4]) и изопахит и сопоставлены между собой. На рис. 1 дано расположение изоплет ω_0 через 3° и ω_2 через 5°; на схеме I — расположение изоплет ω_1 через 3°. На рис. 2 приведены изопахиты через 7 м. Как видно из этих схем, в расположении изоплет и изопахит наблюдается очень много общего, особенно, если учесть искажение мощностей вслед-

ствие наложения колебаний высших порядков и негеотектонических, случайных причин.

Разбирая более внимательно приведенные схемы, легко обнаружить, что контуры изоплет ω_1 и, особенно, ω_2 являются сопоставимыми с локальными изменениями мощностей, видимыми в центральной, наиболее разбуренной части района. При этом устанавливается

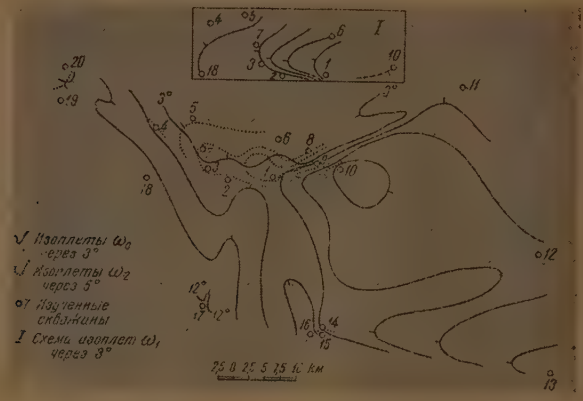


Рис. 1

простая зависимость между ω и локальными мощностями — чем больше ω, тем меньше мощность в том же сечении. Та же зависимость наблюдается и между изоплетами ω_0 и изопахитами, протя-

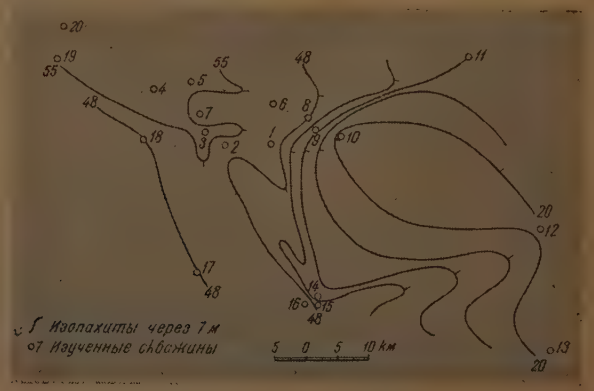


Рис. 2

гивающимися по всей площади района. Таким образом ω_0 оказывается связанным с общим планом расположения мощностей в районе. Вспоминая, что мощности являются наиболее прямым выражением колебательных движений периода формирования осадков ([1]), мы можем сделать следующее обобщение.

Колебательные движения периода седиментации изучаемой толщи фоссилизируются в распределении пористости и могут быть выражены через функции распределения ее с помощью ряда

$$f(x) = \sum_{i=0}^{k} T_i(x), \quad i = 0, 1, \ldots, k. \qquad (6)$$

При этом каждому порядку колебаний соответствует один или несколько членов под знаком суммы, отличающихся от других величиной коэффициента периодичности ω.

В заключение необходимо отметить, что с помощью составления схем изоплет коэффициентов периодичности функций распределения пористости, видимо, можно вести раздельное картирование колебательных движений земной коры различных порядков; аналогичный метод применим для выделения ритмов различных порядков и их раздельного картирования при изучении любых ритмично-слоистых формаций. При этом вместо пористости может быть исследовано распределение любой другой характерной литологической константы отложений.

Всесоюзный нефтяной геолого-разведочный институт, Ленинград

Поступило
4 X 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. В. Белоусов, Сов. геол., № 2—3, 14 (1940). [2] А. Б. Вистелиус, ДАН, XLIV, № 1 (1914). [3] А. Б. Вистелиус, Научно-исследовательские работы нефтяников, ВНИТО — нефть, в. I, Геология, 1944. [4] W. C. Krumbein, Recent Marine Sediments, a Symposium ed. by P. D. Trask, 1939, p. 587.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ГЕОЛОГИЯ

Г. И. ТЕОДОРОВИЧ

О ДОЛОМИТЕ В ВЕРХНЕМ ПАЛЕОЗОЕ УРАЛО-ВОЛЖСКОЙ ОБЛАСТИ

(Представлено академиком Ф. П. Саваренским 8 VI 1945)

1. Изучая карбонатные отложения палеозоя (C_1, C_2, C_3, P_1) Урало-Волжской области и западного склона Южного Урала, автор сталкивался с различными видами доломитообразования. Изученные доломиты и доломитовые известняки залегают в виде пачек, пластов, слоев, тонких прослоев и линз; в последних случаях они перемежаются обычно с известняками, а иногда (в части разрезов нижне-пермских лагунных отложений) с ангидритом или гипсом. Эти особенности залегания говорят о нормально осадочном образовании. Как показывает их микроскопия, подавляющая часть изученных доломитов связана с замещением известкового материала доломитом обычно при диагенезе осадка, а иногда и в сформированной породе. Факт замещения известкового осадка доломитом устанавливается по наличию в очень многих изученных доломитах реликтовых органогенных и затем оолитовых структур. Кроме того, и микрозернистые известковые осадки очень часто замещаются более крупнозернистым ромбоэдрическим доломитом, причем в этих случаях в породе обычно имеется большее или меньшее количество остаточных участков микрозернистого $CaCO_3$. Первичные доломиты встречались, наряду с прослоями доломитов замещения, только в типично лагунных фациях нижне-пермских отложений.

2. Мы уже указывали ([6]), что доломит замещения развивается избирательно по микрозернистому $CaCO_3$; тогда как участки более крупнозернистого $CaCO_3$ неблагоприятны для доломитизации. Чем более тонкозернист (в целом или на отдельных участках) был исходный известковый материал (осадок) и чем выше была минерализация доломитизирующих вод, тем мельче, при прочих равных условиях, возникающие зерна доломита замещения и тем их больше.

Идиоморфизм ромбоэдрических зерен доломита и их примерная равновеликость характерны для незавершенной доломитизации известковых отложений, т. е. для большинства доломитовых известняков. Наоборот, в случаях замещения доломитом всего или явно большей части $CaCO_3$ известкового отложения многие зерна доломита мешают развиваться друг другу, вследствие чего возникают неправильно ромбоэдрические зерна примерно одного размера. Вообще зерна доломита ромбоэдрической, округло и неправильно ромбоэдрической, равно как и более сложной, неправильно (округло) многогранной формы характерны для замещения: они очень часто развиваются на месте первично известковых скелетных остатков организмов (реже — оолитов), нередко врезаются в эти последние с боков или включают рассеянные зернышки микрозернистого $CaCO_3$, тождественного с со-

хранившимся в ряде участков цемента или основной массы породы. Следует отметить, что обычно более длительно росшие и развивавшиеся в менее благоприятных условиях (по яснозернистому или частью перекристаллизованному $CaCO_3$) зерна доломита являются (например, по краям доломитовых полей) более крупными и идиоморфными, а, иногда, типично зонарными или по периферии своей более чистыми. Зерна доломита замещения обычно обладают нормальным погасанием и лишь иногда отдельные его зерна обнаруживают волнистое погасание. Последнее возникает, повидимому, под воздействием давления более поздних минеральных выделений (ангидрита, целестина и др.) и, реже, при достижении растущими зернами доломита неблагоприятных для доломитизации и затвердевших участков.

В одних случаях, большей частью в доломитовых известняках, весь доломит породы может быть одного типа, например, бесцветный в шлифе, ромбоэдрический, размером, 0.03—0,20 мм. В других случаях наблюдаются два типа зерен доломита: один — в виде тонкозернистой разности по скелетным остаткам организмов, слагавшимся пелитоморфным $CaCO_3$, и другой в виде бесцветных ромбоэдров размером 0.03—0,25 мм; подобная картина наблюдается в некоторых доломитах. В третьих случаях доломит более ранних генераций обладает менее ясными ограничениями и загрязнен тонкодисперсной хемогенной примесью, тогда как доломит более поздних генераций, с более резкими, обычно ромбоэдрическими, очертаниями, более чистый и, в общем, более крупнозернистый. Наконец, в отдельных разрезах нами наблюдалась следующая закономерность: в доломитовых известняках доломит ромбоэдрический, бесцветный в шлифе, тогда как в доломитах нормальных и известковистых зерна неправильно ромбоэдрические с буровато-сероватым оттенком в прозрачном шлифе. Подобные соотношения могут объясняться различиями в величине rH, влиянием суши в начале доломитизации. В некоторых доломитах часть зерен основной массы породы (с буроватым оттенком в шлифе) обладает тонкой, светлой периферической каймой доломита. Если таких зерен в породе мало, то они связаны только с сохранившимися участками яснозернистого кальцита или с порами породы. Для последних случаев очевидно, что доломит, позднее образовавшийся, отличается большей чистотой.

В случае равномерной доломитизации, чем меньше было центров роста при формировании, в конечном итоге, нормальных и более или менее чистых доломитов замещения, тем крупнее будут зерна доломита, тем медленнее они формировались и тем хуже сохраняются признаки первичной структуры в виде реликтовой структуры породы или отдельных распознаваемых реликтов. Перекристаллизация доломита в яснозернистые неправильно-изометрические мраморовидные и тому подобные разности, частью из сдвойникованных зерен, обычно представляет собой результат метаморфизма породы. Такие доломиты встречаются большей частью в более древних отложениях складчатых областей. В обычных же осадочных доломитах явления срастания прилегающих ромбоэдрических зерен и их одновременного погасания, за исключением редких случаев, не наблюдаются, что говорит против допущения широкой перекристаллизации доломита.

С точки зрения внутреннего строения самих зерен доломита можно различать следующие их типы: а) гомогенные; б) с каким-либо ядром; в) с периферической, обычно более чистой каймой; г) зонарные; д) с тонкими включениями в периферических частях зерна. Ядро может быть из зерна доломита же, из анкерита (5), из микрозернистого карбоната (чистого или в смеси с железистым хлоритом?) и из некоторых других минеральных образований. Таким образом, минеральная природа центральных ядер зерен доломита нередко указывает на восстановительные или слабо восстановительные условия при их образовании. С другой стороны, случаи наличия в различных частях зерен

доломита включений микрозернистого кальцита указывают на развитие доломита путем замещения медленно растворяющегося $CaCO_3$.

3. Помимо явно преобладающего доломита замещения, среди зерен доломита изученных отложений следует выделить еще две группы по условиям их образования: а) доломит обрастания стенок пустот затвердевшего осадка или породы; б) доломит первичный нормально зернистый, выпавший из водной массы бассейна.

Доломит обрастания стенок пустот наблюдался нами в верхнепалеозойских рифах, например Ишимбаевских, в виде микроагрегатных зерен с крестообразным погасанием. Эти зерна доломита обладают полушаровой, полуэллипсоидальной или секториальной формой, представляя собой микроагрегаты из пучкообразно или радиально расположенных тонковолокнистых зерен доломита. В тех же Ишимбаевских рифах местами наблюдались корковые доломитовые зоны, которые слагаются из параллельно расположенных тонковолокнистых неделимых доломита, окаймляющих верхнюю поверхность каверны или трещины твердого остова сплошной каймой, аналогично известковой инкрустации.

Первичный нормально-зернистый доломит, представляющий хемогенный осадок из водной массы бассейна, обычно должен быть, по аналогии с хемогенным микрозернистым $CaCO_3$, крайне малых размеров ($< 0{,}005$—$0{,}003$ мм) и обладать неправильно-изометрической, неправильно-округлой или другой вообще неправильной формой. Изучение известково-доломитовых илов озера Балхаш [4] подтверждает эти общие соображения. Для некоторых случаев нахождения в лагунных нижне-пермских отложениях ромбоэдрических, обычно относительно более крупных зерен доломита среди ангидрита вероятно, что они состоят из несохранившего своих контуров мелкого ядра первичного доломита, которое разрасталось, приобретая идиоморфные очертания и значительно увеличиваясь в объеме уже на дне бассейна.

4. Преобладание доломитов замещения среди морских и лагунных отложений представляет обычное явление [8, 3, 10, 7, 5, 6], что связано с солевым составом вод соответствующих бассейнов. Новейшие работы все более указывают на то, что доломитообразование происходит в морях и большинстве лагун путем изменения первоначально известкового осадка при взаимодействии его с придонной и иловой водой [9, 1], а иногда — при высыхании известкового осадка. Первичные доломиты могут возникать в условиях осолоненных до стадии садки $CaSO_4$ (или приближении к последней) лагун, главным образом, если в них поступают со стороны воды, содержащие растворенный углекислый кальций. В этих последних случаях формируются преимущественно первичные пятнистые доломитово-сульфатные породы. Первичные хемогенные известково-доломитовые осадки скорее возможны в бассейнах с водами гидрокарбонатного типа при их упаривании в условиях засушливого климата: таковы, повидимому, илы восточных участков озера Балхаш и его мелководных заливов, где наблюдается наибольшая в озере концентрация солей [2]. Среди ископаемых доломитов подобного типа озерные образования крайне редки.

Поступило
8 VI 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. В. Бруевич и А. И. Беляев, Тр. по компл. изуч. Каспийского моря, XIV, изд. АН СССР, 1941. [2] П. Ф. Домрачев, Исследование озер, в. 4, изд. Гос. гидрол. ин-та, 1933. [3] Б. П. Кротов, Тр. о-ва ест. при Казанск. ун-те, 50, в. 6 (1925). [4] Д. Г. Сапожников, ДАН, XXXVI, № 4—5 (1942). [5] В. Б. Татарский, Тр. НГРИ, сер. А, 112 (1939). [6] Г. И. Теодорович, ДАН, XXXIV, № 6 (1942). [7] L. Cayeux, C. R., 192, № 11 (1931). [8] J. Lapparent. Leçons de pétrographie, Paris, 1923. [9] A. Rivière, C. R., 209, № 16 et 19 (1939). [10] H. Twenhofel, Treatise on Sedimentation, 1926.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

МИНЕРАЛОГИЯ

А. М. КУЗНЕЦОВ

ОБ ОБРАЗОВАНИИ АГАТОВЫХ ООЛИТОВ

(Представлено академиком Д. С. Белянкиным 18 VII 1945)

Сульфатно-кальциевая толща кунгурского яруса в Приуралье содержит кремнеземистые образования в дисперсной форме и в виде: 1) сетчатого каркаса с заполнением гипсом; 2) линзовидных конкреций в парагенезисе с ангидритом; 3) мелких зерен кремня в гипсе и 4) скоплений оолитов. Последнему образованию и посвящена настоящая заметка, преследующая цель объяснить возникновение оолитов агатового строения на образце икряного камня, найденного в обнажении ангидритово-гипсовой толщи на левом берегу р. Камы в 6 км выше впадения в нее р. Чусовой.

Указанное образование состоит из плотно уложенных шарообразных и эллипсоидальных оолитов, прочно сцементированных карбонатами кальция и магния и халцедоном, с примесью соединений железа, марганца и гипса. Цемент, по анализу и определению в шлифах, составляет 30—35%. Оолиты удается разделить с помощью кислоты и механических усилий, при этом выявляется, что значительная их часть несет следы нарушения, деформации округлой их формы, обнаруживающиеся в виде слабо выраженных плоских граней в местах соприкосновения оолитов друг с другом. Оолиты темносерые, со светлыми сферами в центре, мало разнятся по величине и весу; многие имеют трещины типа трещин разверзания спор. Средний вес оолита из 200 взвешиваний равен 11,2 мг, при колебании от 8 до 16 мг. С диаметр равен 2,03 мм. Удельный вес — 2,592.

Вещество оолитов характеризуется следующим составом: SiO_2 — 91,16%; $Al_2O_3 + Fe_2O_3$ — 2,60%; CaO — 1,92%; MgO — 0,67%; SO_3 — 0,68%; MnO — 0,18%; H_2O 110°—0,24% и потеря от прокаливания — 2,04%. Повышенный процент потери от прокаливания, вероятно, объясняется недостаточной чистотой удаления карбонатов, наличием гидратной воды в соединениях Fe и Mn, наличием кристаллизационной воды гипса и возможной примесью органического вещества.

Оолиты имеют весьма отчетливое зональное строение (см. рисунок), наблюдаемое под микроскопом в шлифах, причем различаются: 1) темножелтое ядро диаметром 0,2—0,3 мм; 2) облегающая его зона желтого

цвета 0,2—0,3 мм толщиной и 3) наружная серая зона 0,4—0,5 мм толщиной. Обе зоны состоят из концентрических чередующихся бледных и темных колец 5—20 μ шириной, видимых в обыкновенном и поляризованном свете. Центральная часть оолитов только частично захвачена зонарным строением. В шлифах видны радиальные микротрещины до 0,1 мм шириной, нередко секущие весь оолит; некоторые из них заполнены гипсом и темнобурым веществом с разрывами в нем.

Оолиты представляют собой халцедоновые сферо-кристаллы, построенные из двуосных положительных и одноосных отрицательных, радиально ориентированных волокон, дающих в общей сложности ясное изображение темного креста при скрещенных николях микроскопа. Некоторые сферокристаллы в концентрических полосках имеют переменный оптический знак или он меняется по секторам, разобщенным трещинами. Интерференционная окраска чередуется темными и светлыми кольцами; она редко меняется в самих кольцах *. Темные полоски отчетливо видны при 50-кратном увеличении и кажутся размытыми при 100- и 200-кратном увеличении. Они имеют резко отграниченный край со стороны ядра, но окраска их постепенно слабеет к другому, внешнему краю, переходя в размытую. Число темных периодических колец изменяется от 30 до 50. Часто для целых серий полос видны по трещинам микросдвиги.

Из анализа видно, что вещество оолита более чем на 0,9 состоит из SiO_2, содержание которого еще повысится, если исключить из состава содержимое трещин, но определить это не представилось возможным. Характерно, что накопление марганца в них высокое, а в массе цемента достигает 0,55%. Это должно указывать на пониженный pH среды при его накоплении.

Сортированность ([1]) оолитов служит признаком того, что они возникли во взвешенном состоянии. Первоначально, повидимому, центрами коагуляции SiO_2, приносимой в соленый бассейн водами с суши, явились положительно заряженные, взвешенные частички карбоната кальция ([2]). Возникшие таким образом ядра по мере перемещения их ко дну увеличивали свои массы ортокинетической коагуляцией и приобретали округлую форму и мало разнящиеся размеры.

Оседая, агрегаты плотно укладывались и, сдавливая друг друга, деформировались, теряя округлую форму. Вместе с тем, как только агрегаты достигали придонной области, в массу их кремнегеля диффундировали компоненты придонного раствора ([3]), растворимые соединения железа и марганца, повидимому, карбонаты их, осаждаясь ритмически в виде зонарных окрашенных полос, может быть, в виде сульфидов, так как в кремнегеле мог присутствовать и адсорбированный сероводород. Не исключена возможность диффузии в пористый кремнегель и золей железа и марганца, также осаждавшихся ритмически. Пониженный pH кремнегеля, отрицательный заряд золя марганца и положительный золя железа могли вызвать проникновение их в гель на различную глубину вследствие того, что марганец мог более свободно перемещаться в отрицательно заряженном кремнегеле, чем железо. Наружная зона оолитов возникла с осаждением в ее полосах преимущественно железа, внутренняя — с осаждением в полосах марганца, в виде окрашенных колец Лизеганга, разделенных зонами, свободными от осадка.

Гель агрегатов со временем старел, кристаллизовался, претерпевал сжатие, в массе его появлялись трещины, заполнявшиеся теми же компонентами среды, коагулировавшими с разрывами бурой массы в самих трещинах. Неравномерность сжатия вызвала появление микросдвигов в массе кремнегеля, что устанавливается по смещению серий полос. Вещество, повидимому, имело неодинаковую скорость кристал-

* Определение сделано А. А. Апродовой.

лизации в различных частях агрегатов, чем и объясняется некоторое указанное выше оптическое различие в них.

На примере изложенного видно, что изучение проявлений окремнения в сульфатной толще кунгура, наравне с изучением других ее свойств, поможет ближе понять условия формирования мощной (4) толщи осадков сульфата кальция, во многом остающейся еще загадочной. Само же образование, подобно многим наблюдаемым в природе видам геля кремневой кислоты, является великолепным примером старения минерального геля с ритмическими осадками, образовавшегося в водном бассейне.

Поступило
18 VII 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Ф. В. Чухров, Коллоиды в земной коре, 1936. [2] В. М. Гортиков, М. Г. Остапенко и Н. П. Малиновская, Тр. Ленинградск. отд. Всесоюзн. ин-та почвовед., 1936. [3] В. И. Вернадский, Очерк по геохимии, 1934. [4] Н. Д. Кованько, Е. Н. Ларионова, И. А. Софроницкий, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1939).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

П. АГАТОВ

ВЛИЯНИЕ ИОДА НА АКТИВНОСТЬ ВИРУСА ТАБАЧНОЙ МОЗАИКИ

(Представлено академиком А. А. Рихтером 4 VIII 1945)

Исследуя природу и свойства растительных вирусов, некоторые исследователи провели ряд работ по влиянию химических агентов на активность различных вирусов ([1–11]). Эти работы преследовали разные цели. В одних работах исследователи пытались найти вещества, снижающие или даже совсем подавляющие активность вируса, благодаря чему можно было ближе подойти к изучению природы самого вируса и к борьбе с вирусными болезнями. В других работах исследователи пытались выявить вещества, не влияющие на активность вируса и в то же время дающие возможность выделять его в более или менее чистом виде. Наконец, ряд работ был посвящен поискам веществ, по-разному действующих на различные вирусы, что могло бы послужить одним из классификационных признаков и позволило бы выделять определенные вирусы из их смеси.

Мною были предприняты опыты по выяснению действия некоторых реагентов с различным окислительно-восстановительным потенциалом на активность вируса табачной мозаики. Среди многих веществ, применявшихся мною с этой целью, особое внимание было уделено иоду. Из литературных данных известно ([7]), что воздействие 0,1% раствора иода при pH = 6,8 в течение 3 дней изменяет активность вируса табачной мозаики лишь в незначительной степени. Точно так же было известно ([11]), что окисление сульфгидрильных групп белка вируса табачной мозаики иодом не уменьшает активности последнего.

При исследовании действия иода в более широком интервале значений pH было подмечено различное влияние иода на активность вируса табачной мозаики. Для выяснения этого вопроса мною был поставлен следующий опыт: к 1 мл водного раствора, содержащего 1 мг вируса табачной мозаики (полученного по методу Рыжкова и Громыко ([12])), был прибавлен 1 мл 0,15 *M* фосфатного буфера с соответствующим значением pH и 0,5 мл 0,2% раствора иода в иодистом калии. В таких условиях вирус подвергался воздействию иода в одном случае в течение 4, а в другом случае в течение 24 часов, после чего был произведен диализ соответствующих препаратов и определена их активность методом половинок на листочках *Nicotiana glutinosa*. Контролем служил водный раствор вируса табачной мозаики. Данные опытов помещены в табл. 1.

Из этих данных видно, что при pH, равном 5,5—6,6, иод или совсем не влияет или влияет в слабой степени на активность рассматриваемого вируса. При воздействии же иода на водный раствор вируса табачной мозаики в более кислой или более щелочной среде наблю-

Таблица 1

Активность вируса после воздействия на него иода, выраженная в процентах от его первоначальной активности

pH	Время воздействия		pH	Время воздействия	
	4 часа	24 часа		4 часа	24 часа
4,50	15	0	6,98	31	12
4,94	15	8	7,38	12	0
5,59	92	71	8,04	4	0
5,91	133	71	8,34	0	0
6,43	74	6			

дается значительное снижение активности, доходящее до 100% при pH = 4,5 и 8,0.

Полученные данные, естественно, нуждались в установлении количественных соотношений при взаимодействии иода с белком.

Для учета количества иода, прореагировавшего с белком вируса, мною было взято 20 мл водного раствора, содержащего 10 мг вируса, прибавлено 20 мл 0,15 *M* фосфатного буфера с соответствующим значением pH и 10 мл 0,01 *N* водного раствора иода в иодистом калии. После 24-часового взаимодействия иода с белком вируса смесь была подкислена уксусной кислотой и непрореагировавший иод был оттитрован 0,01 *N* раствором гипосульфита. Данные по количеству иода, прореагировавшего с белком вируса, помещены в табл. 2, графа 2, в миллиграммах иода на миллиграмм вируса табачной мозаики.

Таблица 2

pH	Прореагировало иода в мг/мг	Присоединилось иода в мг/мг	Пошло на окисление иода в мг/мг
1	2	3	4
4,5	0,0367	0,0343	0,0024
5.9	0,0726	0,0211	0,0515
8,3	0,3391	0,0289	0,3402

Условия опыта по определению количества иода, присоединившегося к белку вируса, были те же, что и в предыдущем случае. После 24-часового воздействия иода на белок вируса последний был отделен методом диализа, раствор белка упарен и сухой остаток был подвергнут озолению путем сплавления с KNO_3 и K_2CO_3. Полученный сплав был растворен в серной кислоте и иод образовавшейся иодноватой кислоты был учтен количественно. Эти данные помещены в табл. 2, графа 3, в миллиграммах иода на миллиграмм вируса табачной мозаики.

Вычитая количества иода, представленные в табл. 2, графа 3, из соответствующих количеств графы 2, мы получим количество иода, не учитываемое при титровании и, очевидно, подействовавшего на белок вируса как окислитель. Эти данные помещены в табл. 2, графа 4, в миллиграммах иода на миллиграмм вируса табачной мозаики.

Из табл. 2, графа 3, видно, что при различном значении pH к белку вируса присоединяется неодинаковое количество иода. Минимальное количество иода присоединяется при pH = 5,9, причем вхождение иода в молекулу белка вируса при данном значении pH не отражается заметным образом на его активности (табл.1). Инактивация вируса иодом в щелочную сторону от pH = 5,9 происходит, повидимому, за счет окислительного действия иода на активные группы белка, так как количество иода, идущего на окисление белка, при pH = 8,3, больше, чем при pH = 5,9. Инактивация же вируса в кислой зоне от pH = 5,9 происходит, повидимому, не за счет окислительного действия иода, а за счет присоединения его к активным группам белка вируса, возможно, по месту существующих в них двойных связей, претерпевающих таутомерную перегруппировку при ином значении pH. Такое предположение можно сделать из данных табл. 2, показывающих, что на окисление белка вируса табачной мозаики при pH = 4,5 иода идет во много раз меньше, чем при pH = 5,9, когда вирус табачной мозаики остается активным. Присоединяется же иода к белку вируса табачной мозаики больше при pH = 4,5, чем при pH = 5,9.

Московский городской педагогический институт

Поступило
4 VIII 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] C. J. Koning, Z. Pflanzenkr., **9**, 65 (1899). [2] H. A. Allard, J. Agr. Res., **6**, 649 (1916); **13**, 619 (1918). [3] T. G. Grant Phytopath., **22**, 741 (1932). [4] T. Fukushi, Jap. J. Bot., **6**, 381 (1933). [5] J. Burt, Am. J. Bot., **21**, 42 (1934). [6] M. Shapovalov, Phytopath., **25**, 33 (1935). [7] W. M. Stanley, Phytopath., **25**, 899 (1935). [8] W. Stanley and F. Ross. J. Gen Physiol., **22**, 165 (1938). [9] G. Schramm u. H. Müller, Z. Physiol. Chem., **266**, 43 (1940). [10] П. Агатов, Биохимия, **6**, 269 1941). [11] G. Miller and W. Stanley, Science, **93**, 428 (1941). [12] В. М. Рыжков и Е. П. Громыко, ДАН, XIX, 203 (1938).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. Э. ПОНТОВИЧ

ВЛИЯНИЕ СВЕТА НА ОБРАЗОВАНИЕ ПИГМЕНТА У *ASPERGILLUS FLAVUS*

(Представлено академиком А. А. Рихтером 28 V 1945)

Из целого ряда работ следует, что свет, не влияя на образование красных пигментов у грибов и бактерий ([1], [2]), оказывает сильное стимулирующее действие на образование желтых пигментов ([1], [3–6]). Работы, проведенные как с естественным, так и с искусственным фильтрованным светом, показали, что из всего состава спектра стимулирующее действие на образование пигмента оказывают синие лучи (в пределах 430—485 mμ), в то время как красные лучи влияния не оказывают ([1], [6–9]).

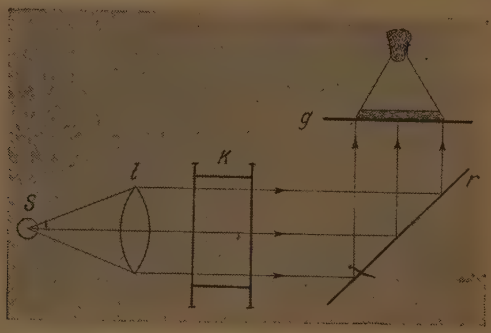
Известен также факт стимулирующего действия света (тоже в особенности синих лучей) на образование каротина ([8], [9], [10]). Нами было установлено ранее, что желтый пигмент, образуемый *Aspergillus flavus*, является флавином ([11]). Интенсивность образования этого, равно как и многих других пигментов, находится в зависимости от условий культивирования данного гриба ([2], [5], [12]). Так как вопрос об образовании флавина (витамина B_2) микроорганизмами интересен и с теоретической и с практической точек зрения, то нам казалось целесообразным поставить ряд опытов с *Aspergillus flavus* для выяснения условий наиболее интенсивного образования флавина этим грибом. На основании данных работ ([8–10]) можно было предполагать, что свет и в этом случае должен являться фактором, стимулирующим образование флавина. По этим соображениям в первую очередь были поставлены опыты с искусственным освещением. В отличие от опытов, описанных в вышеприведенной литературе, где культуры грибов или бактерий освещались в течение короткого времени, мы подвергали *Aspergillus flavus* непрерывному освещению в течение всего периода развития. При длительном и непрерывном освещении различия в интенсивности действующих лучей не имеют такого большого значения, как при кратковременном облучении. Поэтому отсутствие в нашей работе данных по интенсивностям света не снижает точности полученных результатов. Схема постановки опыта приведена на рисунке.

Пучок света (от 150-ваттной электролампы) падал снизу, что обеспечивало непосредственное освещение грибной пленки. На площадь стекла *r* помещались две колбы Виноградского на 500 см³, в которые наливалось по 100 см³ питательной среды, причем слой ее составлял не более 1,5 см. Питательной средой служила видоизмененная среда Кнопа, состоящая из двух растворов (*a* и *b* — см. ниже), смешиваемых в отношении 5 : 1 после раздельной стерилизации:

Раствор *a*: $Ca(NO_3)_2$ — 0,6 г; KNO_3 — 0,15 г; $MgSO_4$ — 0,15 г; $Fe_2(SO_4)_3$ — 0,006 г; Aq. dest. — 500 см³.

Раствор *b*: KH_2PO_4 + K_2HPO_4 1/1 (1/3 Mol.) 0,15 г на 100 см³.

При раздельной стерилизации получается вполне прозрачная среда, что являлось необходимым условием опыта. В качестве органического вещества добавлялось 2% глюкозы. Опыты ставились с нефильтрованным и фильтрованным светом. В последнем случае светофильтром служила кювета k, в которую наливался 20% раствор медного купороса или насыщенный раствор двухромовокислого калия. Опыты ставились при комнатной температуре, колебавшейся от 17 до 20° С. В первом опыте, с нефильтрованным светом, было взято два контрольных варианта, а именно, при комнатной температуре и температуре, оптимальной для развития гриба (27° С). Скорость развития этих культур была различной; их одновозрастность мы определяли по количеству потребленной глюкозы, причем культивирование прекращалось



S — источник света; *l* — конденсатор; *k* — кювета; *r* — зеркало; *g* — стеклянный столик для культур

тотчас же после исчезновения глюкозы из среды. Критерием для суждения о нормальном развитии гриба служили: 1) вес образовавшегося мицелия (урожай); 2) нормальное спорообразование (окраска и процентное количество спор, определявшееся методом препарирования грибной пленки ([13])); 3) нормальное образование пигмента (по яркости окраски грибной пленки и питательной жидкости).

Кроме того, нас интересовал вопрос о том, насколько поглощаемый грибом свет влияет на обмен веществ. Если поглощение световых лучей вызывает нарушение обмена веществ и это нарушение достаточно велико, то в этом случае должно иметь место изменение величин экономического коэффициента и коэффициента использования энергии ([14], [15]). Поэтому в данных опытах, кроме перечисленных выше показателей, нами определялись и указанные величины. Результаты опытов, приведенные в таблице, подтверждают высказанное выше предположение о влиянии света на образование флавина: синий свет, поглощаемый пигментом, стимулирует его образование; красный же свет, не поглощаемый пигментом, не оказывает влияния на интенсивность его образования.

Характер развития *Aspergillus flavus* при освещении нефильтрованным и синим светом оказывается иным по сравнению с характером развития культур в темноте или при красном свете.

При освещении нефильтрованным и синим светом наблюдалось более раннее и обильное образование пигмента. В начале опыта мицелий имел яркожелтый цвет, а к концу принимал темнооранжевую, почти бурую окраску. Яркожелтый цвет приобретала также и питательная среда, в то время как при нормальных условиях она была бесцветна или слабо окрашена.

Развитие *Aspergillus flavus* в темноте и при освещении фильтрованным и нефильтрованным светом

Условия освещения	Температура в °С	Вес урожая в мг	Экономический коэффициент в %	Удельная теплота сгорания мицелия г-кал/г	Коэффициент использования энергии в %	Содержание спор в %	Дано глюкозы г-кал.	Примечание
Белый свет (нефильтрованный)	17—18	449,6	31,36	5522,2	51,40	14,11	6647,5	Образование пигмента начинается на 3 сутки. Пигмент яркий, среда яркожелтая
То же	17—18	525,1	32,09	5692,5	52,54	18,10	6647,5	
Темнота*	17—18	581,1	32,71	5262,7	49,55	45,49	6647,5	Образование пигмента на 5 сутки. Пигмент слабожелтый, среда светложелтая
Темнота*	27	562,9	31,69	5033,7	45,91	46,75	6647,5	Пигмент немного ярче, чем в предыдущем опыте
Синий свет	18—19	441,2	28,49	5671,0	47,10	22,59	7255,3	Образование пигмента на 3 сутки. Пигмент яркий, среда яркожелтая
» »	18—19	466,3	29,82	5662,4	48,68	20,02	7255,3	
Темнота	18—19	508,7	30,52	5705,4	48,60	40,02	7255,3	Образование пигмента на 6 сутки. Среда бесцветная
Красный свет*	19—20	591,3	32,27	5403,6	51,02	41,90	6857,3	Образование пигмента на 5 сутки. Пигмент довольно яркий, среда бесцветная
Темнота	19—20	560,4	30,59	5317,2	48,50	46,38	6857,3	То же, что в предыдущем опыте

* Даны средние цифры по двум культурам.

Наряду с обильным образованием пигмента у этого гриба наблюдался более слабый рост, что выразилось в более низком урожае (см. таблицу). Представляет интерес резкое падение относительного количества спор (с 45,5 до 16,1%) и изменение их окраски от яркозеленого до светлосерого. Подобное явление было отмечено и другими авторами [5].

Необходимо отметить также повышение удельной теплоты сгорания мицелия (в среднем на 200 г-кал/г). Как показали прямые определения, повышение удельной теплоты сгорания относится, главным образом, к вегетативным клеткам мицелия, а не к спорам; оно может быть результатом накопления в теле гриба каких-то веществ с более высокой, чем у углеводов, теплотой сгорания. Этим же может быть объяснено и наблюдаемое повышение величин коэффициентов использования энергии у этих культур (величины экономического коэффициента не отличаются от этих величин в контроле).

При освещении красным светом характер развития *Aspergillus flavus* был тот же, что и в темноте, за исключением небольшого повышения коэффициента использования энергии (см. таблицу).

Подводя итоги, можно сказать, что под влиянием света, поглощаемого флавиновым пигментом *Aspergillus flavus*, происходит усиленное образование флавина, а также накопление в теле гриба каких-то веществ с теплотой сгорания более высокой, чем теплота сгорания углеводов; этим, повидимому, можно объяснить и повышение коэффициентов использования энергии. Наблюдается также подавление спорообразования и изменение окраски спор.

Красный свет, не поглощаемый пигментом, не оказывает влияния на развитие гриба.

Институт физиологии растений
им. К. А. Тимирязева
Академия Наук СССР

Поступило
28 V 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] E. A. Bessey, Flora, 93, 301 (1904). [2] H. Doebelt, Ann. Mycologici, VII, No. 4, 315 (1909). [3] J. A. Baker, J. Bacteriol., 35, No, 6 (1938). [4] A. N. Danilow, Ber. d. Deutsch. Bot. Ges., XLIII, H. 1 (1925). [5] Th. Millburn, Centralbl. f. Bakt. II, XIII, No 5/7, 9/11 (1904). [6] R. Ebeling, Arch. f. Microbiol., 9, H. 1 (1938). [7] W. D. Gray, Am. J. Bot., 25, No. 7, 511 (1938). [8] F. A. F. C. Went, Rec. Trav. Bot. Néerlandais, No. 1—4, 106 (1904). [9] W. F. van-Deventer, De Kleurstoffen van Neurospora (Monilia) Sitophila Shear et Dodge, Diss, Utrecht, 1930. [10] B. Chodat et F. J. Mayer, C. R. Soc. Phys. et Hist. Nat. Genève, 44, 2 (1927) (цит. по van-Deventer). [11] В. Э. Понтович, Биохимия, 8, в. 5—6 (1943). [12] A. Blochwitz, Ber. Deutsch. Bot. Ges., XLVI, H. 7 (1928). [13] В. О. Таусон, Микробиология, VII, в. 1, 75 (1938). [14] В. О. Таусон, Микробиология, в. 2, 143 (1938). [15] В. Э. Понтович, Изв. АН СССР, сер. биол., № 3, 191 (1942).

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОРФОЛОГИЯ

Б. С. МАТВЕЕВ

О СООТНОШЕНИИ МЕЖДУ СКЕЛЕТООБРАЗУЮЩЕЙ И ЖЕЛЕЗИСТОЙ ФУНКЦИЯМИ КОЖИ РЫБ В ОНТОГЕНЕЗЕ И ФИЛОГЕНЕЗЕ

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 16 I 1945)

Кожа как типичная эктоматическая система органов, сочетающая весьма разнородные функции, представляет очень удобный объект для изучения адаптивных изменений формы и функции в их взаимоотношении со средою. Изучение адаптивных преобразований строения и функции кожи на разных этапах онтогенеза даст возможность делать весьма вероятные заключения и об эволюционных преобразованиях в филогенетическом развитии.

Однако кожа не изучается как единая целостная система организма. Почти во всех сводках по сравнительной анатомии и сравнительной гистологии, руководствах и учебниках ([2], [3], [5], [6], [9–15]) — не говоря уже об отдельных работах — изучение кожи разбито на ряд отдельных, не связанных друг с другом глав: эпидермис, кориум, кожные железы, роговые образования, скелетные образования. Взаимоотношение всех этих образований друг с другом в онтогенезе и филогенезе кожи как целостной системе органов разобрано очень мало. В связи с этим мною было проделано сравнительно-эмбриологическое исследование строения кожи рыб в разные этапы онтогенеза, ставящее своей целью выяснение вопросов: 1) о влиянии изменений в соотношении между эпидермисом и кориумом на процесс морфогенеза чешуй в эмбриональном развитии и о значении этих изменений для эволюционных преобразований чешуй в филогенезе и 2) о соотношении между скелетообразующей и железистой функциями кожи в онтогенезе и филогенезе.

В первую очередь был поставлен вопрос о значении изменений во время развития и в степени дифференцировки в зачатках, слагающих чешую в онтогенезе, для процесса их преобразования в течение эволюции. Изучение влияния изменений в соотношении частей, составляющих морфогенные системы, на процесс дифференцировки органа представляет задачу механики развития. Изменение морфогенетических корреляций между двумя зачатками (из которых один играет роль носителя формативного действия — активатора, а другой является реагирующим материалом — реактором) является одним из главных факторов, влияющих на процесс морфогенеза органов. Обоюдное взаимодействие частей этих морфогенных систем ([17]) или, как их называет Филатов, формообразовательных аппаратов ([16]) в истории индивидуального развития познается при сравнительно-экспериментальном исследовании. Реально вскрыть формативное действие гормональных факторов у зародыша при развитии органов можно только при эксперименте. Однако эволюционное изменение действия этих факторов

можно проследить только на основании сравнительно-эмбриологических исследований.

Сравнительно-эмбриологическое исследование развития чешуй у рыб ([8]) даже без применения эксперимента дает достаточно данных для суждения о факторах, изменяющих морфогенез чешуи в эволюции. В ряде докладов, прочитанных мною, я указывал, что между эпидермисом (эктодермального происхождения) и кориумом (мезодермального происхождения) в течение эмбрионального развития при закладке чешуи возникает временное взаимодействие типа формообразовательного аппарата. Эпидермальный эмалевый орган, как первичный зачаток чешуи, является активатором — источником формативного действия, а мезодермальный сосочек — реактором, воспринимающим воздействие эмалевого органа. Характер скелетообразования в мезодермальном сосочке зависит от степени развития эмалевого органа, что дает основание высказать предположение об изменении степени воздействия морфогенных факторов, продуцируемых эпидермисом. Первичным является процесс дентинообразования, всегда сопутствуемый мощным развитием эмалевого органа, как это имеет место в развитии плакоидных чешуй акуловых рыб. Недоразвитие эмалевого органа, как это мной обнаружено при развитии костных чешуй в коже осетровых рыб ([8]), вызывает выпадение дентинообразования.

Чешуя осетровых рыб сохраняет ту же форму, как плакоидная чешуя (пластинка с зубом), но не имеет дентина и эмали. При процессе скелетообразования склеробласты вмуравливаются в остеидную ткань и образуется настоящая кость с костными клетками. У костных рыб наблюдается дальнейшее недоразвитие эмалевого органа, который в зачаточном состоянии обнаружен мною лишь на самых ранних стадиях развития чешуи. Это вызывает дальнейшее изменение процесса скелетообразования, причем замечается обоюдное взаимодействие эпидермиса и кориума: развитие эмалевого органа начинается только тогда, когда происходит отслаивание эпидермиса от кориума. Как только образуется зачаток эмалевого органа в виде утолщения базального слоя эпидермиса, под ним происходит концентрация склеробластов и образуется тонкая пластинка остеоидной ткани без костных телец, характерная для циклоидной или ктеноидной чешуи.

У рыб с ганоидною чешуею (*Polypterus*, *Lepidosteus*, также ископаемые — *Pelaeoniscidae* и *Crossopterygii*) процесс усложняется появлением нескольких генераций чешуй, путем срастания которых и преобразования отдельных дентиновых конусов образуются характерные структуры этих сложных чешуй ([8]). Сравнительно-эмбриологические исследования развития кожи различных рыб показывают, что степень развития эмалевого органа зависит от мощности развития эпидермиса и степени его зрелости. Эмалевый орган тогда начинает обособляться в базальном слое эпидермиса, когда последний достигает некоторой определенной дифференцировки, которая зависит прежде всего от стадии развития зародыша. В зависимости от степени зрелости и дифференцировки кожи меняется и характер морфогенеза чешуй. Однако степень дифференциации эпидермиса зависит не только от времени развития, но и от целого ряда других факторов. Так, последовательность в распределении развития чешуй на теле животного зависит от различной степени дифференцировки кожи на различных участках тела. Интересно отметить зависимость в степени дифференцировки эпидермиса от образа жизни мальков рыб как приспособление к различным экологическим условиям. Так, например, у живородящих скатов (*Trygon pastinaca*) детеныши до полного превращения в молодого ската развиваются в матке матери и эпидермис их до последних стадий сохраняет эмбриональный характер тончайшего слоя из двух рядов клеток; в результате чешуя совсем не развивается и кожа остается голою. У яйцекладущих скатов детеныш выклюпляется из яйца значительно

раньше и начинает вести самостоятельный образ жизни. Вследствие этого на коже развиваются крупные плакоидные бляшки как приспособления для охраны животного от врагов. Второй пример дают нам два вида карповых рыб из рода османов (*Diptychus*). Осман чешуйчатый (*D. dybowsky*) живет, как мне сообщил Н. Н. Дислер, в проточных горных реках с сильным течением, у его мальков эпидермис сильно развит и в коже развиваются циклоидные чешуи. Мальки голого османа (*D. maculatus*) живут в спокойных водах, эпидермис у них развит очень слабо и кожа остается голою.

Исходя из вышеизложенных фактов, мы вправе сделать заключение, что различия в строении чешуи рыб возникают в результате изменения скелетообразующей функции кожи, обусловленного различной интенсивностью воздействия эпидермального эмалевого органа на скелетогенную мезенхиму. Перед нами пример эволюции формообразовательных аппаратов, направление которой определяется приспособлением кожных покровов к условиям существования, к образу жизни в разных экологических условиях.

Для эпидермиса, помимо отмеченной выше функции индуцирования скелетообразования, чрезвычайно характерна железистая функция. Сравнительно-эмбриологические исследования развития кожи рыб позволяют установить, что эти две функции находятся в антагонизме друг с другом. Функция индуцирования скелетообразования находится в зависимости от интенсивности железистой функции: чем сильнее выражена железистая функция, тем больше подавляется скелетообразующая. Железистая функция замещает скелетообразующую. Перед нами пример филогенетического изменения органа, носящего название субституции функции (А. Н. Северцов): кожный скелет и слизеотделение выполняют ту же функцию защиты тела от внешних влияний, но осуществляется она различными путями в зависимости от разных условий существования. При гипертрофии железистой функции скелетообразующая может полностью выпадать.

Действительно, мы видим, что формы, для которых характерно сильное развитие функции слизеотделения, обладают голою кожею, скелетные образования у них редуцируются. Примерами могут служить следующие противопоставления: среди *Agnatha*: *Ostracodermi* обладают кожным скелетом, *Cyclostomata* имеют голую кожу; среди *Chondrichthyes*: у *Elasmobranchii* кожа с чешуями, у *Holocephala* кожа голая; среди *Osteichithyes* разнообразные формы, ведущие подвижный образ жизни и живущие на твердом грунте, имеют хорошо выраженный кожный скелет; разнообразные формы, ведущие малоподвижный образ жизни и живущие в илистом грунте, имеют голую и очень слизистую кожу. Плате ([10]) отмечает, что у электрического ската *Torpedo* при отсутствии чешуи кожа богата слизистыми клетками. У взрослых акул слизистых клеток нет, они сохраняются лишь около плавниковых шипов.

Среди костистых рыб колбовидные серозные железы имеются только у *Physostomi* (за исключением *Salmonidae*) и отсутствуют почти полностью у *Physoclisti*.

Означенные соотношения весьма наглядно вскрываются при сопоставлении развития кожи у сомовых рыб. У панцырного сома *Callichtys*, как известно ([4], [7]), сильно развит костный панцырь с приросшими на наружной поверхности дентиновыми зубчиками, развитие которых подтверждает ([1]) их гомологию с плакоидными чешуями. У голого сома *Silurus glanis* кожа голая. У каллихта костный панцырь развивается из двух генераций чешуй. У малька 19 мм на стадии, когда его эпидермис состоит из 3 слоев клеток с очень редкими железистыми клетками, закладывается рудиментарный эмалевый орган, образующий крупный зубчик. Отдельно под ним образуется скопление склеробластов, образующих костную пластинку, срастающуюся затем с зубчиком.

Таким путем в коже развиваются костные щитки. У малька 29—33 мм, имеющего многослойный эпидермис с довольно редкими отдельными крупными серозными железистыми клетками (лейдиговы и зернистые), появляются настоящие дентиновые плакоидные чешуи ([12]), прирастающие к костному панцырю. В коже малька сома (*Silurus glanis*) около 80 мм кожа голая, эпидермис многослойный с большим количеством очень крупных серозных клеток, заполненных прозрачным секретом. На разных участках тела количество железистых клеток различно. На брюшной поверхности кожа толстая и серозные колбовидные клетки располагаются в 2—3 слоя. В хвостовом отделе кожа на $^1/_3$ тоньше, и в многослойном эпидермисе крупные серозные клетки располагаются в 1—2 ряда, так как хвостовой отдел тела несет двигательную функцию и железы там представлены слабее. На коже, покрывающей плавники, эпидермис хотя и сохраняет многослойность, но железистых клеток в нем очень мало, зато под эпидермисом развиваются склеробласты и происходит закладка костных пластинок плавниковых лучей. Таким образом, в тех участках тела, где сильно развита железистая функция эпидермиса, кожный скелет не развивается; в тем участках, где желез мало, у того же организма скелетообразующая функция сохраняется. Интересно отметить, что скелетообразующая функция кожи остается в скрытом состоянии очень долго. Так, у годовалого сомика 150 мм удалось обнаружить на жаберной крышке чешуевидные образования, которые оказались зачатками дентиновых конусов, одетых эпидермальным чехлом, соответствующим эмалевому органу плакоидной чешуи.

Приведенные данные дают основание сделать заключение, что фактором, вызывающим редукцию кожного скелета у рыб и амфибий, имеющих голую кожу, является замещение скелетообразующей функции слизеотделением. Отсюда напрашивается предположение о возможности решения вопроса о строении покровов предков круглоротых. Мощное развитие слизеотделения в коже современных круглоротых при наличии кожного скелета у всех *Ostracodermi* дает право сказать, что предки современных миног и миксин в прошлом обладали плакоидными чешуями, как и древнейшие остракодермы. В дальнейшей эволюции циклостом чешуи редуцировались вследствие мощного развития железистой функции эпидермиса, которая заменила скелетообразующую функцию кожи их предков.

Поступило
16 I 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Bhatti Hamid Khan, Trans. Zool. Soc. London, XXIV (1938). [2] W. Biedermann, Ergebn. Biol., 1, III (1926). [3] E. Goodrich, Cyclostomes and Fisches, 1909, 1930. [4] O. Hertwig, Morph. Jahrb., 2 (1876); 5 (1879). [5] O. Hertwig, Handb. vergl. u. exp. Entwl. d. Wirbelt., 1906. [6] Ihle v. Kampen, Nierstrasz u. Verslues, Vergl. Anat. d. Wirbelt., 1927. [7] H. Klaatsch, Morph. Jahrb., 16 (1890). [8] Б. Матвеев, ДАН, XXIX, 8—9 (1940). [9] Neal, Comp. Anat. of Vert., 1935. [10] L. Plate, Allg. Zool., 1922. [11] H. Rabl, Handb. d. vergl. Anat. d. Wirbelt. Bolk, Göppert, Kalius, Lubosch., 1, 1931. [12] H. Rauther, Erg. u. Fortschr. Zool., 2, 1910. [13] H. Rauther, Bronns Kl. u. Ordn. d. Tierreichs, VI, 1, 2, 1927. [14] R. Wiedersheim, Vergl. Anat. d. Wirbelt., 1906. [15] H. Winterstein, Handb. vergl. Physiol., 1, 1926. [16] Д. Филатов, Журн. общ. биол., IV, 1 (1943). [17] И. Шмальгаузен, Организм как целое, 1942.

Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLIX, № 7

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

А. В. ИВАНОВ

ENTOCOLAX RIMSKY-KORSAKOVI NOV. SP. НОВЫЙ МОЛЛЮСК, ПАРАЗИТИРУЮЩИЙ В ГОЛОТУРИИ

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 19 VI 1945)

В 1931 и 1932 гг. я обнаружил на Дальнем Востоке в полости тела голотурии *Myriotrochus mitsukuri* из Японского моря несколько экземпляров червеобразных паразитических *Gastropoda*. Эти паразиты оказались новым видом из рода *Entocolax* (*Entoconchidae*). Каждая из трех зараженных голотурий содержала по одному моллюску (самке). Таким образом, я имел в своем распоряжении трех самок. В выводковой полости одной из них, помимо коконов с эмбрионами, оказались несколько карликовых самцов.

Все самки прикреплялись к кишечнику хозяина своим задним концом (сифоном). Передний конец моллюсков свободно лежал в целоме *Myriotrochus*. Совершенно сходное прикрепление характерно для *Entocolax schwanwitschi* Heding, обитающего на Мурмане ([5]). Напротив, все остальные виды *Entocolax* (*E. ludwigi* Voigt, *E. schiemenzi* Voigt и *E. trochodotae* Heding) прикрепляются сифоном к стенке тела своего хозяина.

Описываемый *Entocolax* имеет характерный для этого рода habitus. Передний конец тела, отвечающий хоботу *Gastropoda* и содержащий пищеварительные органы, у всех экземпляров сходен; он постепенно суживается к переднему концу и заканчивается ясно отчлененной посредством кольцевой бороздки передней лопастью (рис. 1). На конце последней терминально лежит ротовое отверстие (*o*); задняя часть тела, образованная псевдопаллиумом, у молодых экземпляров тоже постепенно суживается кзади (*ps*), но у половозрелых самок раздута пузыревидно вследствие переполнения выводковой полости многочисленными коконами. Сзади тело заканчивается небольшим цилиндрическим сифоном (*si*). Последний резко отграничен от выводковой камеры и не подразделяется на отделы различного строения, как это имеет место у *Entocolax schwanwitschi*.

Длина тела самой крупной самки достигает 14,2 мм. Весь отдел тела, расположенный впереди внутренностного мешка (рис. 1, *sa. v*), занят органами пищеварения. Ротовое отверстие ведет в резко отграниченный рудиментарный пищевод (*oe*). Все пространство вокруг него заполнено соединительной тканью и мышечными элементами, т. е. околопищеводный кровеносный синус (остаток первичной полости тела) отсутствует. Пищевод соединяется с лежащим сзади кишечным мешком посредством очень короткого и узкого соединительного канала. Вокруг последнего расположены мелкие многоклеточные железистые мешочки — железы пищевода, открывающиеся в канал (*gl. oe*). Объемистый кишечный мешок сзади замкнут слепо. Его стенки — из складчатого печеночного эпителия с характерными включениями. Особенно-

стью кишечного мешка является чрезвычайно сильное развитие кольцевых складок, глубоко вдающихся во внутреннюю полость, и расчленение его заднего отдела на хорошо развитые лопасти (*lb. i*). Благодаря этому кишечный мешок описываемого *Entocolax* имеет более сложную форму, нежели у других видов.

Висцеральный мешок развит сильнее, чем у других видов (*sa. v*). Яичник занимает бо́льшую его часть. Он состоит из короткого главного ствола и нескольких слабо расчлененных ветвей (*ov*). Гонодукт, как у всех *Entoconchidae*, петлеобразно изогнут. Его проксимальное колено представляет собой яйцевод (*ovd*), а дистальное — дифференцировано в качестве толстостенной железистой матки (*ut*). С яйцеводом сообщается небольшой мешковидный семяприемник (*rc*). Женское половое отверстие лежит на поверхности внутренностного мешка (*o*♀).

Рис. 1. *Entocolax rimsky-korsakovi* ♀. *ca. in*¹ — *ca in*³ — отделы выводковой полости; *coc* — кокон; *gl. oe* — пищеводная железа; *i* — кишечный мешок; *lb. i* — лопасти кишечного мешка; *o* — ротовое отверстие; *oe* — пищевое; *o. ps* — отверстие сифона; *ov* — яичник; *ovd* — яйцевод; *o* ♀ — женское половое отверстие; *pl. i* — складки кишечного мешка; *ps* — псевдопаллиум; *rc* — семяприемник; *sa. v* — внутренностный мешок; *si* — сифон; *st* — статоцист; *ut* — матка; ♂ — самцы

Псевдопаллиум, или ложная мантия, отходит от основания внутренностного мешка и делится на выводковую камеру и сифон. Первая представляет собой объемистый тонкостенный мешок, в котором помещаются карликовые самцы и протекает развитие эмбрионов (♂, *coc*). Второй является специально дифференцированным задним отделом псевдопаллиума, имеет толстые стенки и пронизан узким ресничным каналом (*st*). При помощи сифона паразит прикрепляется к стенке кишки голотурии, через его канал, очевидно, происходит проникновение в выводковую камеру мужских личинок и выход наружу личинок, закончивших свое развитие.

Самец описываемого *Entocolax* оказался столь же сильно редуцированной карликовой особью, что и самцы *E. schwanwitschi* и *E. ludwigi* ([5], [2]).

От самцов упомянутых видов он отличается значительно более развитым семяпроводом (рис. 2, *vd*).

Итак, от известных до сих пор видов *Entocolax* описываемый моллюск отличается: 1) развитием особых пищеводных желез; 2) расчленением кишечного мешка на лопасти; 3) положением женского полового отверстия на поверхности внутренностного мешка; 4) наличием только одного статоциста; 5) простым недифференцированным сифоном, 6) сильным развитием семяпровода у карликового самца.

Пищеводные железы в такой форме не встречаются ни у *Entoconchidae*, ни у *Stiliferidae* и вообще не свойственны *Prosobran-*

chia. Форма кишечного мешка и положение женского полового отверстия, а также простое строение сифона — черты примитивные.

Все эти особенности заставляют отнести данную форму к особому виду, которому я даю название *Entocolax rimsky-korsakovi* в память А. П. Римского-Корсакова.

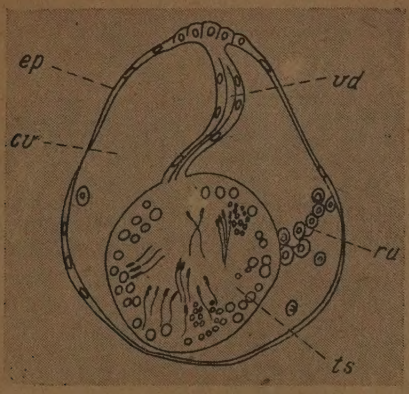


Рис. 2. *Entocolax rimsky-korsakovi* ♂. *c* — полость тела; *ep* — стенка тела; *ru* — рудименты кишечника и других органов; *ts* — семенник; *vd* — семяпровод

Диагноз вида

Самка. Сигарообразное тело достигает 11,9—14,2 мм в длину. У половозрелых особей псевдопаллиум пузыревидно вздут. Сифон не дифференцирован на отделы. Внутренностный мешок сравнительно велик. Короткий пищевод снабжен радиальными железистыми выпячиваниями. Кишечный мешок расчленен на лопасти. Половая система складывается из разветвленного яичника, яйцевода и матки. Имеется receptaculum seminis. Половое отверстие лежит на боковой поверхности внутренностного мешка. Имеется один статоцист.

Самец. Карликовый, рудиментарный, около 0,4 мм в диаметре. Пузыревидное тело состоит из тонких покровов и небольшого семенника. Семяпровод по длине равен диаметру семенника. Все другие органы отсутствуют и представлены лишь бесформенным рудиментом. Обитает в выводковой камере самки.

Личинка. Личинка весьма близка к личинке *Entocolax schwanwitschi*. Имеется раковина, мантия, головной отдел, нога с педальными железами и operculum. Имеются нервные ганглии, статоцисты и половой зачаток.

Паразит *Myriotrochus mitsukuri*. Обитает в полости тела.

Местонахождение. Японское море, залив Петра Великого; к югу от м. Поворотного, А. В. Иванов, 2 X 1931, 2 экз.; к югу от м. Среднего, А. В. Иванов, VI 1932, 1 экз.

Ленинградский государственный университет

Поступило 19 VI 1945

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] S. Heding, Videnskab. Medd. Dansk. naturhist. Forening, Kobenhavn, 98 (1934). [2] S. Heding and G. Mandahl-Barth, Medd. Gronl. udgione Komm. videnskab. undersogelser Gronl., 108, No. 5 (1938). [3] W. Voigt, Z. wiss. Zool., 47 (1888). [4] W. Voigt, Zool. Anz., 24 (1901). [5] Б. Шванвич, Зоол. вестник, 2 (1917).

ками (например $\underline{\underline{S}}$). Особенно это касается таких букв, как V и v, S и s, O и o, K и k, U и u и т. п. С этой же целью следует тщательно выписывать такие буквы, как u и n, g и q, I и J, l и e, m и n, V и U и др. Следует также делать различие между O (большим), o (малым) и 0 (нулем), для чего буквы O и o подчеркивать двумя черточками: $\underline{\underline{O}}$ и $\underline{\underline{o}}$, а 0 (нуль) оставлять без подчеркивания.

Греческие буквы должны быть подчеркнуты красным карандашом. Готические буквы — синим карандашом.

16. Все упоминаемые в статьях величины и единицы измерения должны соответствовать стандартным обозначениям (если таковые имеются) согласно ОСТ ВКС.

17. Цитируемая в статье литература должна даваться автором не в виде подстрочных примечаний, а общим списком в конце статьи, с обозначением в тексте статьи ссылки на цитируемую работу порядковой цифрой.

18. Даваемая в списке литература должна быть оформлена в следующем порядке:

а) для книг должны быть указаны инициалы и фамилия автора; точное и полное название книги, номер тома, и год издания;

б) для журнальных статей должны быть указаны: инициалы и фамилия автора, название журнала, номер тома (подчеркнуть сплошной линией), номер выпуска, страница и год (последний обязательно в круглых скобках);

в) нельзя в цитированной литературе делать ссылки на неопубликованные работы.

19. Весь иллюстративный материал к статьям представляется отдельно, ни в коем случае не должен приклеиваться к оригиналу, подписи к фигурам должны быть даны отдельно.

20. На обороте оригиналов рисунков должны быть указаны фамилия автора, название статьи и № рисунка.

21. Чертежи должны содержать все необходимые буквенные обозначения (кривых, отдельных деталей) и не содержать никаких лишних обозначений и надписей. Надписи по возможности должны быть заменены цифрами или буквенными обозначениями, которые должны иметь пояснения в тексте или в подписи к рисунку.

22. Авторы должны избегать повторения одних и тех же данных в таблицах, графиках и тексте статьи.

23. Места, предназначенные к набору петитом, должны быть отмечены вертикальной чертой на полях.

24. В случае возвращения автору статьи для доработки, дата поступления считается с момента получения редакцией окончательного текста.

Адрес редакции: Москва, Волхонка, 14. Издательство Академии Наук СССР, тел. К 5-93-09

Цена 4 руб.

К СВЕДЕНИЮ ПОДПИСЧИКОВ

В 1945 г. будет выпущен сверх годового комплекта дополнительный, 50-й том журнала

«ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК СССР»

(русское и иностранное издания)

объемом — 45 печатных листов

Цена тома 36 руб.

Подписка принимается до 1 декабря 1945 г. в Отделениях «Союзпечати», а также Конторой «Академкнига» — Москва, Волхонка, 14 и ее Отделениями: в Ленинграде — Литейный, 53а. Свердловске — ул. Малышева, 58. Ташкенте — Пушкинская, 31.

«АКАДЕМКНИГА»